ANALISI MATEMATICA 2 22/06/2018	Cognome e Nome

PARTE A

1. [6 pt] Data la serie di potenze $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^{n+1} \frac{(x+2)^n}{n}$, determinare

   (a) il raggio di convergenza; (b) $f^{(2018)}(-2)$.

   (c) la somma della serie.

2. [4 pt] Classificare il comportamento locale di $f(x,y) = \sin(xy) - xy + 2x^2 + y^2$ in $(0,0)$.

   (Specificare se $(0,0)$ è punto di massimo locale, di minimo locale oppure di sella.)

3. [4 pt] Calcolare la lunghezza L della curva $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$,

   dove $\gamma(t) = \left(\frac{e^{2t}}{2} - 2t,\ 2\sqrt{2}e^t\right)$. $L =$

4. [6 pt] Sia $T \subset \mathbb{R}^2$ il triangolo di vertici $A = (0,0)$, $B = (0,1)$, $C = (1,0)$. Calcolare

$$\iint_T y e^{x+y}\, dx\, dy =$$

5. [4 pt] Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $z = x^2 e^y \sin(xy)$ nel punto $P = (x,y,z)$ con $(x,y) = (2,0)$.

6. [6 pt] Dati il campo $F(x,y,z) = (y + 7z, 9x - y - 4z, z + 4)$ e la superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x-7)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 25,\ z \geq 0\right\},$$

   calcolare il flusso di F attraverso Σ, orientata verso l'alto, riportando i passaggi salienti.

7. [4 pt] Calcolare massimo e minimo assoluti di $f(x,y) = x - 2y$, soggetti al vincolo

   $g(x,y) = 2x^2 + y^2 + y - 2 = 0$.

PARTE B

8. [±6 pt] Vero o Falso (Attenzione: una risposta giusta vale 1 punto, una sbagliata -1, una lasciata in bianco 0.) Dati $n \geq 2$, una funzione $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ e un punto $x \in \mathbb{R}^n$,

   (a) f è differenziabile in $x \Rightarrow f$ è derivabile in x VERO FALSO

   (b) f è derivabile in $x \Rightarrow f$ è continua in x VERO FALSO

   (c) f è derivabile in $x \Rightarrow f$ è differenziabile in x VERO FALSO

   (d) f è differenziabile in $x \Rightarrow f$ è continua in x VERO FALSO

   (e) f è differenziabile in $x \Rightarrow$ le derivate parziali sono continue in x VERO FALSO

   (f) f ha derivate parz. continue in un intorno di $x \Rightarrow f$ differenziabile in x VERO FALSO

9. [6 pt] Sia dato il campo $F : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x,y) = \left(\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{-x}{x^2+y^2} \right).$$

   Calcolare il lavoro di F lungo

   (a) La curva $r(t) := (3\cos(t), 3\sin(t))$, $t \in [0, 2\pi]$.

   (b) La curva $\gamma(t) := (\cos^3(t), \sin^3(t))$, $t \in [0, 2\pi]$;

   (c) La frontiera del quadrato $[1,2] \times [4,5]$, orientata in senso orario;

10. [5 pt] Enunciare la formula di Gauss Green.

11. [6 pt] Per quali $\alpha \geq 0$ la funzione

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{|y|^\alpha \cos(x)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   è continua in $\mathbb{R}^2$?

12. [6 pt] Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \in (0,1) \cup (1,2]\}$. Indicare

   (a) La parte interna di A

   (b) La frontiera di A

   (c) La chiusura di A

13. [5 pt] Siano date $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ e $g \in C^1(\mathbb{R})$. Calcolare

$$\frac{\partial}{\partial t}\{f(s, g(t), t)\} =$$