

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO | | |

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Dati i tensori

$$\begin{cases} \mathbf{L} = 2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_y \\ \mathbf{M} = -3\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z \end{cases}$$

ed il vettore $\mathbf{v} = \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z$, calcolare $\mathbf{L}\mathbf{v} \cdot \mathbf{M}\mathbf{v}$.

{6,-1,0}

Soluzione

6 18 30 42 27 8

QC2. Trovare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, 1, -1), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 0, 2), \\ \mathbf{v}_3 = -\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (3, 1, 0). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione

$\mathcal{I} = -7$ $\mathcal{I} = -3$ $\mathcal{I} = -12$ $\mathcal{I} = -14$ $\mathcal{I} = -2$ $\mathcal{I} = -13$

QC3. In un piano è assegnato un corpo rigido formato da un disco di centro O , raggio R e massa $3m$ e da due aste BC ed AC di ugual lunghezza $R\sqrt{3}$, di masse $3m$ e $4m$, rispettivamente, e tangenti al disco in B ed A (Figura 1). Determinare il momento di inerzia per l'intero sistema rispetto all'asse sovrapposto ad OA .

{6,-1,0}

Risposta

$\frac{21}{2}mR^2$ $\frac{13}{2}mR^2$ $10mR^2$ $\frac{33}{4}mR^2$ $\frac{43}{4}mR^2$ $\frac{17}{2}mR^2$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale, un quadrato omogeneo $ABCD$ di lato lungo ℓ e massa $2\sqrt{2}m$ è libero di ruotare attorno al suo vertice fisso A . Lungo la diagonale BD è praticata una scanalatura entro cui può muoversi senza attrito un punto materiale P di massa $\sqrt{2}m$, attratto verso il centro O del quadrato da una forza elastica di costante $2\frac{mg}{\ell}$. Introdotte le coordinate φ ed s indicate in Figura 2, determinare:

QA1.1 l'espressione dell'energia cinetica totale T del sistema $\{3,0,0\}$;

QA1.2 l'espressione dell'energia potenziale totale V del sistema $\{2,0,0\}$;

QA1.3 I valori delle pulsazioni ω_1 $\{2,0,0\}$ ed ω_2 $\{2,0,0\}$ delle piccole oscillazioni nella configurazione di equilibrio stabile.

QA2. La struttura articolata in Figura 3 è formata da tre aste, AB , BC e CD incernierate tra loro, ciascuna di lunghezza 2ℓ e pesi rispettivamente pari ad $2p$, $4p$ e trascurabile, e da un'asta BE di peso $2p$ che è incernierata in B e nel punto medio E di CD . La struttura è vincolata a terra da un incastro scorrevole in A e da una cerniera in D , dove A e D sono posti alla stessa quota. In condizioni di equilibrio, determinare:

QA2.1 la reazione Φ_D in D $\{2,0,0\}$ e quella Φ_A in A $\{2,0,0\}$.

QA2.2 il modulo dello sforzo assiale nel punto di AB che dista $\frac{3}{2}\ell$ da A . $\{2,0,0\}$

QA2.3 il modulo del momento flettente nel punto medio di BE . $\{3,0,0\}$

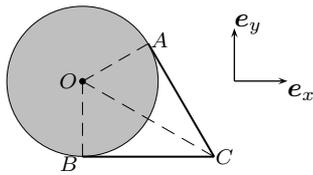


Fig. 1

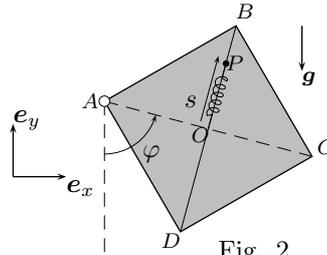


Fig. 2

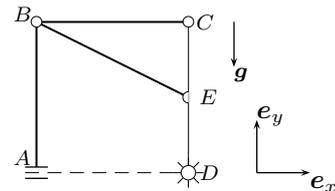


Fig. 3

QA1.1 $T = \frac{11}{12}\sqrt{2}m\ell^2\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}\sqrt{2}m(\dot{s}^2 + \ell\sqrt{2}\dot{s}\dot{\varphi} + s^2\dot{\varphi}^2)$

QA1.2 $V = -3mg\ell \cos \varphi + \sqrt{2}mgs \sin \varphi + \frac{mg}{\ell}s^2$

QA1.3 $\omega_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{2}g}{\ell}}$ $\omega_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3\sqrt{2}g}{\ell}}$

QA2.1 $\Phi_D = 3pe_y$ $\Phi_A = 5pe_y$

QA2.2 $|T_{||}| = \frac{7}{2}p$

QA2.3 $|M_f| = p\frac{\ell}{2}$