

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

| | | | | | | | | | |
|--------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| ESITO | | | | | | | | | |
|--------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Trovare la curvatura della curva

$$p(t) - O = \cos(\sqrt{5}t)e_x + e^{-t}e_y + e^{2t}e_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

$\kappa = \frac{2\sqrt{30}}{27}$
 $\kappa = \frac{4\sqrt{3}}{27}$
 $\kappa = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $\kappa = \frac{6\sqrt{15}}{25}$
 $\kappa = \frac{\sqrt{161}}{5\sqrt{5}}$
 $\kappa = \frac{6}{7}$

QC2. Un corpo rigido piano è formato da tre aste omogenee disposte come in Figura 1. L'asta AB, che ha massa $2m$, è saldata in B ortogonalmente al punto medio dell'asta CD di lunghezza 2ℓ e massa m . Infine, l'asta AC ha lunghezza 2ℓ , massa $4m$ ed è inclinata di $\pi/6$ rispetto ad AB. Determinare per questo corpo rigido il momento centrale di inerzia nella direzione e_x .

{6,-1,0}

Soluzione

$I_{G,e_x} = \frac{25m\ell^2}{24}$
 $I_{G,e_x} = \frac{23m\ell^2}{21}$
 $I_{G,e_x} = m\ell^2$
 $I_{G,e_x} = \frac{11m\ell^2}{8}$
 $I_{G,e_x} = \frac{37m\ell^2}{24}$
 $I_{G,e_x} = \frac{5m\ell^2}{3}$

QC3. Dati i tensori:

$$\begin{cases} \mathbf{L} = 5\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z + 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_y \\ \mathbf{M} = \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x + \beta\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z \end{cases}$$

ed il vettore $\mathbf{v} = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$, trovare il valore di β per cui $\mathbf{L}\mathbf{v} \cdot \mathbf{M}\mathbf{v} = 0$.

{6,-1,0}

Soluzione

$\beta = 6$
 $\beta = 5$
 $\beta = 15$
 $\beta = -3$
 $\beta = -11$
 $\beta = -9$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale, un'asta AOB a forma di L è formata da due bracci, OA ed OB , saldati ortogonalmente. Il braccio OA ha lunghezza 2ℓ e massa $2m$, mentre OB ha lunghezza 4ℓ e massa $3m$. L'asta è incernierata in O ad un punto fisso attorno al quale può ruotare liberamente. Su OB è libero di muoversi un punto materiale P di massa m , attratto verso il punto medio di OA da una molla ideale di costante elastica mg/ℓ . Introdotte le coordinate s e ϑ indicate in Figura 2:

1. determinare l'energia cinetica del sistema; **{3,0,0}**

 2. determinare l'energia potenziale del sistema; **{3,0,0}**

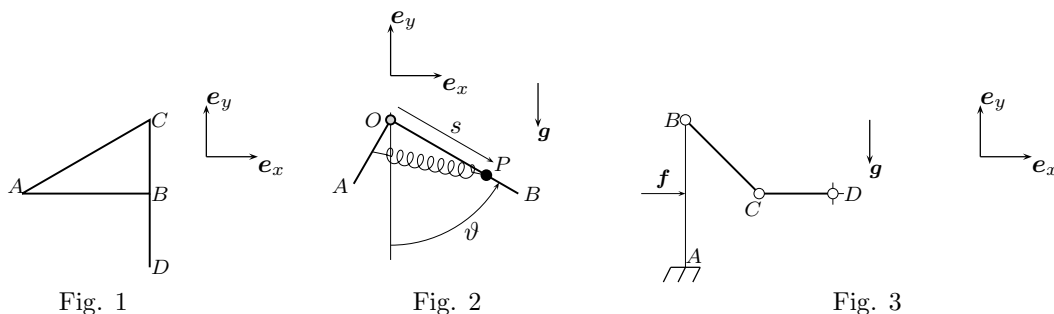
 3. Trovare il valore di $\ddot{s}(0)$ e di $\ddot{\vartheta}(0)$ se all'istante iniziale $t = 0$ il sistema parte in quiete dalla configurazione in cui $s = \ell$ e $\vartheta = \pi/2$. **{3,0,0}**
-
-

QA2. La struttura articolata piana in Figura 3 è formata da tre aste: AB , di lunghezza 2ℓ e peso trascurabile; BC , di lunghezza $\ell\sqrt{2}$ e peso $2p$; CD , di lunghezza ℓ e peso p . Nel punto medio di AB agisce un carico $\mathbf{f} = 3p\mathbf{e}_x$ e la struttura è vincolata a terra da un incastro completo in A e da una cerniera in D , mentre le articolazioni interne sono date da due cerniere in B e C . Infine, l'asta BC è inclinata di $\frac{\pi}{4}$ sull'orizzontale, AB è diretta lungo \mathbf{e}_y e CD lungo \mathbf{e}_x . Calcolare, in condizioni di equilibrio:

QA2.1 la reazione vincolare in D lungo \mathbf{e}_x **{2,0,0}** e lungo \mathbf{e}_y **{1,0,0}**;

QA2.2 la coppia reattiva in A **{3,0,0}**;

QA2.3 il modulo dello sforzo di assiale nel punto medio di BC . **{3,0,0}**



QA1.1 $T = \frac{1}{2}m(\dot{s}^2 + s^2\dot{\vartheta}^2) + \frac{28}{3}m\ell^2\dot{\vartheta}^2$

QA1.2 $V = -2mg\ell \sin \vartheta - 6mg\ell \cos \vartheta - mgs \cos \vartheta + \frac{mg}{2\ell}s^2$

QA1.3 $\ddot{s}(0) = -g \quad \ddot{\vartheta}(0) = -\frac{21}{59}\frac{g}{\ell}$

QA2.1 $\Phi_D = \frac{3p}{2}\mathbf{e}_x + \frac{p}{2}\mathbf{e}_y$

QA2.2 $\Psi_A = 6p\ell\mathbf{e}_z$

QA2.3 $|T_{||}| = \frac{3\sqrt{2}}{2}p$