Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale *- 27 gennaio 2014*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO			

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Determinare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_1 - O \equiv (1,2,3), \\ \boldsymbol{v}_2 = -2\boldsymbol{e}_x - 3\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_2 - O \equiv (3,1,-2), \\ \boldsymbol{v}_3 = 3\boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_y + 4\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_3 - O \equiv (1,2,-1). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione

◯ 66 ◯ 36 ◯ -114 ◯ -29 ◯ -101 ♠ -94

QC2. *Trovare la torsione della curva*

$$p(t) - O = 2\sin t\boldsymbol{e}_x + \mathrm{e}^{4t}\boldsymbol{e}_y + t^3\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

♠ $\tau = -\frac{3}{16}$ ◯ $\tau = \frac{1}{9}$ ◯ $\tau = \frac{3}{7}$ ◯ $\tau = \frac{4}{9}$ ◯ $\tau = -\frac{2}{3}$ ◯ $\tau = \frac{1}{12}$

QC3. *Da un rettangolo omogeneo di massa* $6m$ *e lati* $AB = 4\ell$ *ed* $AD = 3\ell$ *viene asportato un quadrato* $EFGH$ *i cui lati, di lunghezza* ℓ *sono paralleli a quelli del rettangolo ed il centro del quadrato dista* $3\ell/2$ *da* AB, CD *ed* AD. *I punti* E *e* G *sono collegati da un'asta omogenea di massa* $2m$ *(Figura 1). Trovare il momento di inerzia per il corpo complessivo rispetto all'asse* $\boldsymbol{n}$ *passante per il centro del rettangolo ed inclinato di* $\pi/4$ *rispetto all'orizzontale.*

{6,-1,0}

Soluzione

◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{307m\ell^2}{36}$ ◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{36m\ell^2}{307}$ ◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{205m\ell^2}{48}$

◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{48m\ell^2}{205}$ ♠ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{307m\ell^2}{48}$ ◯ $I_{\boldsymbol{n}} = \frac{48m\ell^2}{307}$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un disco di massa $2m$ e raggio R è libero di rotolare senza strisciare su una guida orizzontale fissa. Nel suo centro è incernierato il punto medio di un'asta omogenea AB di massa $3m$ e lunghezza $4R$ il cui estremo A è attratto da una molla ideale di costante elastica mg/R verso un punto mobile su una guida verticale r, in modo che la molla resti sempre orizzontale. Il centro del disco è attratto verso un punto fisso posto alla stessa quota e distante $8R$ da r da un'altra molla ideale, di costante elastica $2mg/R$. Introdotte le coordinate ϑ ed x indicate in Figura 2, determinare:*

QA1.1 l'espressione dell'energia cinetica totale T del sistema **{3,0,0}**;

QA1.2 l'espressione dell'energia potenziale totale V del sistema **{2,0,0}**;

QA1.3 i valori di $\ddot{x}(0)$ **{2,0,0}** e $\ddot{\vartheta}(0)$ **{2,0,0}** se all'istante $t = 0$ il sistema parte dalla quiete nella configurazione $x(0) = 4R$, $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$.

QA2. *La struttura articolata in Figura 3 è formata da tre aste omogenee: AB, verticale, di lunghezza 3ℓ e peso $3p$; BC di lunghezza $\ell\sqrt{2}$ e peso $2p$, inclinata di $\pi/4$ rispetto ad AB; CD, di lunghezza $\ell\sqrt{2}$, ortogonale a BC e di peso trascurabile. La struttura è vincolata a terra in A da un incastro completo mentre le articolazioni interne in B, C e D sono garantite da cerniere cilindriche. Infine, sul nodo C agisce un carico $\boldsymbol{q} = -4p\boldsymbol{e}_x$. In condizioni di equilibrio, determinare*

QA2.1 le componenti lungo $\boldsymbol{e}_x$ **{1,0,0}** ed $\boldsymbol{e}_y$ **{1,0,0}** della reazione vincolare in A; la coppia reattiva sviluppata dall'incastro in A **{1,0,0}**;

QA2.2 il modulo del momento flettente nel punto M di AB tale che $AM = 2\ell$ **{3,0,0}**;

QA2.3 il modulo dello sforzo di taglio nel punto medio di BC. **{3,0,0}**

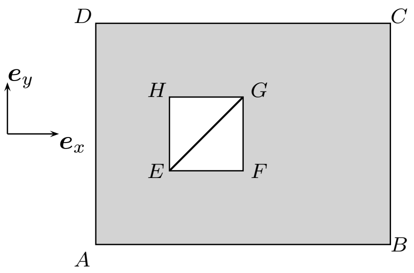

Fig. 1

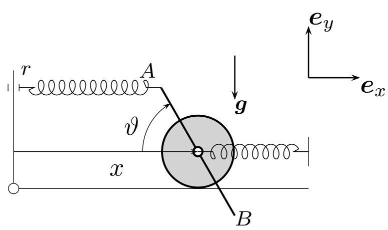

Fig. 2

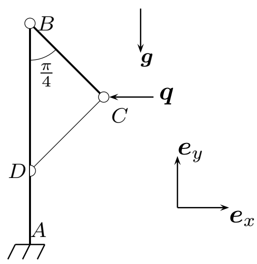

Fig. 3

QA1.1 $T = 3m\dot{x}^2 + 2mR^2\dot{\vartheta}^2$

QA1.2 $V = \frac{mg}{R}\left[\frac{3}{2}x^2 - 16Rx - 2Rx\cos\vartheta + 2R^2\cos^2\vartheta\right]$

QA1.3 $\ddot{x}(0) = \frac{2}{3}g \qquad \ddot{\vartheta}(0) = -\frac{2g}{R}$

QA2.1 $\boldsymbol{\Phi}_A = p[4\boldsymbol{e}_x + 5\boldsymbol{e}_y] \qquad M_A = -7p\ell\boldsymbol{e}_z$

QA2.2 $|M_f| = \frac{3p\ell}{2}$

QA2.3 $|\Phi_\perp| = 0$