Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale - *22 febbraio 2013*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Determinare il trinomio invariante del seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,-1,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - 3\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0,3,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,2,2). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione

◯ 15 ◯ 22 ◯ 28 ◯ 11 ♠ 13 ◯ 44

QC2. *Trovare la torsione della curva*

$$p(t) - O = (t^3 + 2t)\boldsymbol{e}_x + \mathrm{e}^{2t}\boldsymbol{e}_y + 2\ln(t^2+1)\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

♠ $\tau = \frac{1}{12}$ ◯ $\tau = \frac{3}{22}$ ◯ $\tau = \frac{5}{36}$ ◯ $\tau = -\frac{6}{49}$ ◯ $\tau = -\frac{3}{46}$ ◯ $\tau = -\frac{2}{21}$

QC3. *Un corpo rigido è formato da due semidischi omogenei di ugual raggio R e ugual massa $4m$, con i diametri AB e CD tra loro paralleli e a distanza $2R$ ed i centri allineati lungo $\boldsymbol{e}_x$. I punti A e D sono uniti da un'asta di massa $6m$. Trovare il momento centrale di inerzia complessivo nella direzione $\boldsymbol{e}_y$.*

{6,-1,0}

Soluzione

◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_y} = mR^2\left(5 + \frac{19}{3\pi}\right)$ ◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_y} = mR^2\left(11 + \frac{64}{3\pi}\right)$ ◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_y} = mR^2\left(17 + \frac{32}{\pi}\right)$

♠ $I_{G,\boldsymbol{e}_y} = mR^2\left(12 + \frac{64}{3\pi}\right)$ ◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_y} = mR^2\left(8 + \frac{32}{3\pi}\right)$ ◯ $I_{G,\boldsymbol{e}_y} = mR^2\left(16 + \frac{32}{\pi}\right)$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale un disco omogeneo di massa m e raggio R rotola senza strisciare su una guida fissa rettilinea. Nel centro del disco è incernierato l'estremo A di un'asta omogenea AB di lunghezza $2R$ e massa m. Il centro del disco è soggetto a due forze elastiche ideali che lo attraggono verso due punti fissi O e Q, posti alla stessa quota di A e distanti tra loro $4R$. La molla che attrae A verso O ha costante elastica $\frac{mg}{R}$, quella che attrae A verso Q ha costante elastica $\frac{mg}{2R}$. Introdotte le coordinate x e ϑ indicate in Figura 2 determinare:*

QA1.1 l'espressione dell'energia cinetica totale T del sistema **{4,0,0}**;

QA1.2 l'espressione dell'energia potenziale totale V del sistema **{2,0,0}**;

QA1.3 Le pulsazioni delle piccole oscillazioni in un intorno della configurazione di equilibrio stabile. **{3,0,0}**

QA2. *In un piano verticale, un filo omogeneo AB di lunghezza opportuna e di peso per unità di lunghezza $\frac{5p}{\ell}$ è appoggiato senza attrito su una parabola di equazione $y = -8\frac{x^2}{\ell}$, riferita ad assi cartesiani centrati nel vertice. L'estremo A del filo è sovrapposto al vertice della parabola e sollecitato dalla forza $-2p\boldsymbol{e}_x$ (Figura 3). In condizioni di equilibrio, determinare*

QA2.1 il valore della tensione in ogni punto di AB in funzione di x; **{4,0,0}**

QA2.2 il valore massimo della tensione lungo AB. **{2,0,0}**

QA2.3 la distanza dell'estremo B dall'asse della parabola; **{3,0,0}**

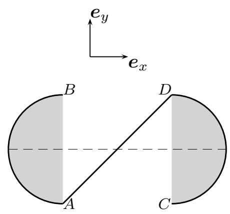

Fig. 1

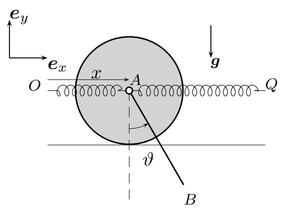

Fig. 2

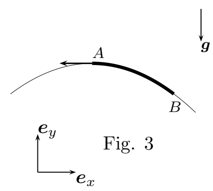

Fig. 3

QA1.1 $T = \frac{5}{4}m\dot{x}^2 + \frac{2}{3}mR^2\dot{\vartheta}^2 + mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$

QA1.2 $V = -mgR\cos\vartheta + \frac{mg}{2R}x^2 + \frac{mg}{4R}(4R-x)^2$

QA1.3 $\omega_+ = \sqrt{\frac{3g}{2R}} \qquad \omega_- = \sqrt{\frac{3g}{7R}}$

QA2.1 $\tau(x) = p(2 - 40\frac{x^2}{\ell^2})$

QA2.2 $2p$

QA2.3 $x_B = \sqrt{\frac{1}{20}}\ell$