

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
 9 aprile 2021

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

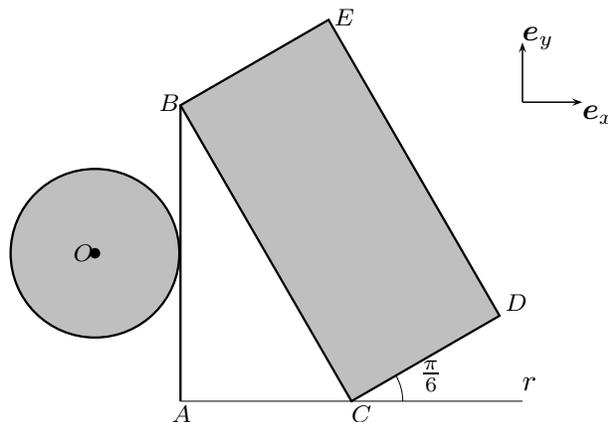
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -4\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-1, 2, 1), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (4, -2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 2, 3) \end{cases}$$

il risultante (1 punto), il momento risultante (3 punti), l'equazione dell'asse centrale (2 punti).

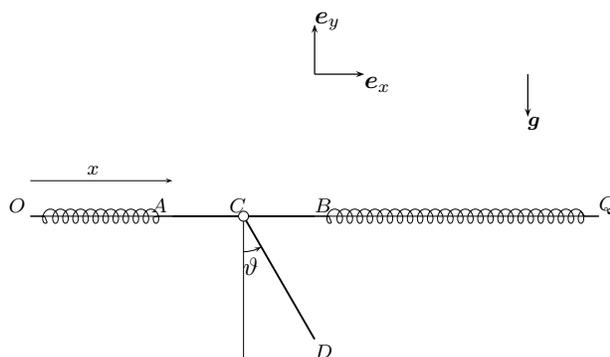
2. Un corpo rigido è formato da un'asta  $AB$  verticale di massa  $2m$  e lunghezza  $2\sqrt{3}\ell$ ; da un rettangolo  $BCDE$  di massa  $3m$  e lati  $BC = 4\ell$ ,  $CD = 2\ell$ , con  $CD$  inclinato di  $\frac{\pi}{6}$  sulla retta  $r$  orizzontale dove si trovano sia  $A$  che  $C$ ; da un disco di massa  $m$  e raggio  $\ell$ , tangente all'asta nel suo punto medio.



il momento di inerzia di ciascuno dei tre corpi descritti rispetto alla retta passante per  $A$ , inclinata di  $\frac{\pi}{3}$

rispetto ad  $r$  (9 punti). Determinare il momento centrale di inerzia per l'intero corpo nella direzione  $e_x$  (5 punti).

3. In un piano verticale, un'asta  $AB$  di massa  $3m$  e lunghezza  $2\ell$  è libera di traslare su una guida orizzontale con gli estremi  $A$  e  $B$  attratti verso due punti fissi  $O$  e  $Q$  sulla guida, distanti tra loro  $8\ell$ , da due molle ideali di costanti elastiche, rispettivamente,  $2\frac{mg}{\ell}$  e  $4\frac{mg}{\ell}$ . Nel punto medio di  $AB$  è incernierato l'estremo di un'asta  $CD$  di lunghezza  $2\ell$  e massa  $m$  che può ruotare nel piano. Introdotte le coordinate  $x$  e  $\vartheta$  indicate in figura,



determinare: l'energia cinetica (3 punti) e l'energia potenziale (3 punti) del sistema. Scrivere le equazioni di Lagrange e determinare i valori di  $\ddot{x}(0)$  e  $\ddot{\vartheta}(0)$ , sapendo che all'istante iniziale  $t = 0$  il sistema parte dalla quiete nella configurazione in cui  $x(0) = \ell$  e  $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$  (4 punti).