

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 5 settembre 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

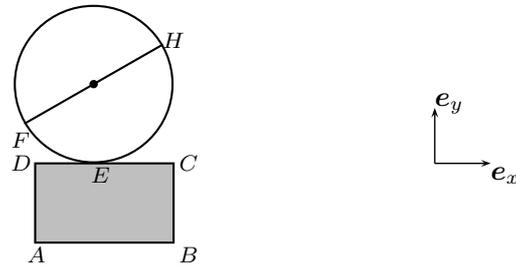
$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, -3), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1, 3, 2), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 4, -1) \end{cases}$$

determinarne

1. risultante (**1** pt.);
2. momento risultante rispetto ad O (**3** pt.);
3. trinomio invariante (**1** pt.);
4. l'equazione dell'asse centrale (**2** pt.);

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo di massa m e lati di lunghezza $AB = R\sqrt{3}$ e $BC = R$, da un anello di raggio R e massa $2m$, tangente al lato CD in un punto E tale che $EC = R$ e da un'asta FH di lunghezza $2R$ e massa $3m$, sovrapposta ad un diametro dell'anello ed inclinata di $\frac{\pi}{6}$ sull'orizzontale. All'istante $t = 0$ il corpo rigido occupa la configurazione indicata in figura ed i punti B ed E hanno velocità $\mathbf{v}_B = v_0(4\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)$, $\mathbf{v}_E = v_0(6\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$. Determinare:

- la velocità angolare all'istante $t = 0$ (**1** punto);
 la velocità del centro dell'anello all'istante $t = 0$ (**1** punto);
 le coordinate del centro di istantanea rotazione rispetto al punto B (**2** punti);
 Il momento centrale di inerzia rispetto alla direzione \mathbf{e}_x ; (**4** punti)



Il momento di inerzia rispetto alla diagonale del rettangolo, specificando i contributi del rettangolo (**2** punti); dell'anello (**2** punti); dell'asta (**3** punti).

3. In un piano verticale, un semidisco di raggio $2R$ e massa $2m$ è libero di ruotare attorno ad una cerniera fissa nell'estremo O del suo diametro OA . All'interno di una scanalatura circolare di raggio R e centro coincidente con quello del semidisco è libero di muoversi un punto materiale P di massa $3m$. Infine, l'estremo A del diametro OA è attratto da una molla ideale di costante mg/R verso il punto H di massa nulla mobile su una guida orizzontale passante per O , in modo che AH sia sempre verticale. Servendosi delle coordinate φ e ϑ indicate in figura e supponendo che all'istante $t = 0$ il sistema parta dalla quiete con $\varphi = \vartheta = 0$, determinare:

1. L'energia cinetica del sistema, specificando i contributi del semidisco (**2** punti) e del punto P (**3** punti)
2. L'energia potenziale del sistema (**3** punti)
3. I valori di $\ddot{\varphi}(0)$ (**2** punti) e $\ddot{\vartheta}(0)$ (**2** punti)

