

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 5 aprile 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 3 Quesiti e durerà 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, -2, 1), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 0, 2), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0, 1, 3) \end{cases}$$

il risultante, il momento risultante, il trinomio invariante e l'equazione dell'asse centrale.

2. Una lamina piana è formata da un quadrato omogeneo di lato 2ℓ e massa $2m$ e da due aste omogenee EC ed EF , la prima di lunghezza $\ell\sqrt{3}$ e massa m è inclinata di $\pi/6$ su CD mentre la seconda ha massa m , lunghezza 2ℓ ed è ortogonale in E ad EC . All'istante $t = 0$ la lamina occupa la configurazione indicata in

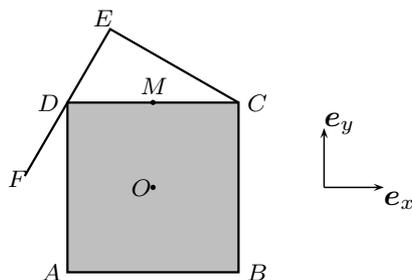


figura e la velocità di A è $\mathbf{v}_A = v_0(\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y)$ mentre quella del punto medio M di CD è $\mathbf{v}_M = v_0(-3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y)$, dove v_0 è una velocità caratteristica. Determinare:

1. la velocità angolare $\boldsymbol{\omega}(0)$ del corpo all'istante $t = 0$;
2. la velocità $\mathbf{v}_O(0)$ del centro di massa del quadrato O all'istante $t = 0$;

3. la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto A , in modo analitico;
4. le coordinate del centro di massa della lamina rispetto al punto A ;
5. il momento di inerzia della lamina rispetto all'asse passante per A e diretto lungo e_y ;
6. il momento centrale di inerzia della lamina rispetto alla direzione e_z , ortogonale rispetto al piano della lamina.

3. In un piano verticale, un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio R rotola senza strisciare su una guida orizzontale fissa ed ha il centro attratto verso un punto materiale P di massa m da una molla ideale di costante elastica mg/R . Il punto P è mobile su una guida verticale. Dette x ed y l'ascissa di C e l'ordinata di P , **orientate** come in figura, determinare l'energia cinetica e quella potenziale del sistema. Studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio e qualificare i modi normali intorno ad una configurazione di equilibrio stabile.

