

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
4 febbraio 2021

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

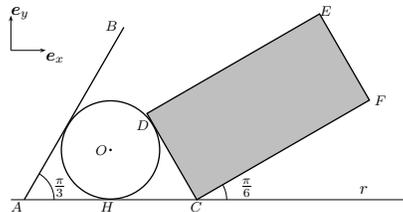
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, -1, 3), \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1, 2, -2), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y - 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, -3, 1) \end{cases}$$

determinarne il risultante (**1** punto); il momento risultante rispetto ad O (**3** punti); il trinomio invariante (**1** punto); l'equazione dell'asse centrale (**2** punti).

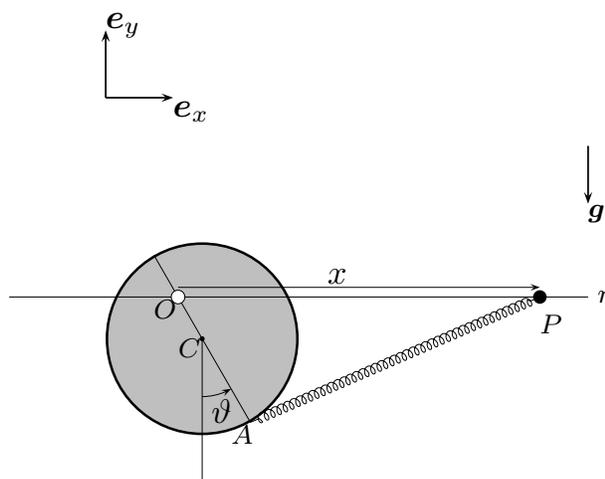
2. Un corpo rigido è formato da un anello di raggio R e massa $2m$, tangente ad una retta orizzontale r ; da un'asta AB di massa $4m$ e lunghezza $4R$, appoggiata ad r , tangente all'anello ed inclinata di $\frac{\pi}{3}$ sull'orizzontale; da un rettangolo $CDEF$ di massa $4m$ e lati $CD = 2R$ e $CF = 4R$, inclinato di un angolo $\frac{\pi}{6}$ sull'orizzontale. All'istante $t = 0$ il sistema è nella configurazione indicata in figura con $\mathbf{v}_O = v_0(2\mathbf{e}_x + 3\sqrt{3}\mathbf{e}_y)$ e $\mathbf{v}_A = v_0(3\mathbf{e}_x + 2\sqrt{3}\mathbf{e}_y)$. Determinare: la velocità angolare $\omega(0)$ del corpo all'istante $t = 0$ (**2** punti); la



velocità $\mathbf{v}_C(0)$ del vertice C del rettangolo all'istante $t = 0$ (**1** punto); la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$, rispetto al punto O , per via analitica (**2** punti); il momento di inerzia di ciascuno dei tre corpi rispetto alla retta passante per il punto H di contatto tra l'anello e la guida r , parallela ad AB (**8** punti).

2

3. In un piano verticale, un disco di massa $4m$ e raggio R è libero di ruotare intorno ad un proprio punto fisso O distante $\frac{R}{2}$ dal centro C . Sull'orizzontale r passante per O è libero di muoversi un punto materiale P di massa $2m$, attratto da una molla ideale di costante elastica $\gamma \frac{mg}{R}$, verso il punto A della circonferenza del disco, posto sullo stesso diametro di O . Introdotte le coordinate x e ϑ indicate in figura, determinare



le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema, studiandone la stabilità al variare di $\gamma > 0$ (**6** punti). Posto $\gamma = \frac{1}{3}$, trovare l'energia cinetica del sistema (**2** punti). Calcolare le pulsazioni delle piccole oscillazioni intorno alla configurazione di equilibrio stabile. (**2** punti)