

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
4 febbraio 2021

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

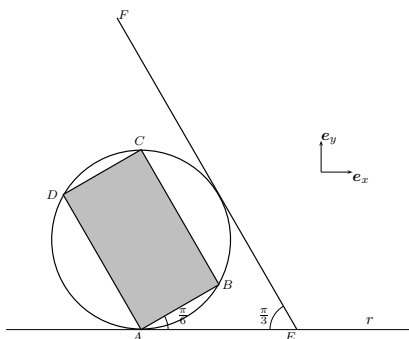
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-2, 1, -1), \\ \mathbf{v}_2 = -\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -4, 2), \\ \mathbf{v}_3 = 4\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (3, -2, 1) \end{cases}$$

determinarne il risultante (1 punto); il momento risultante rispetto ad O (3 punti); il trinomio invariante (1 punto); l'equazione dell'asse centrale (2 punti).

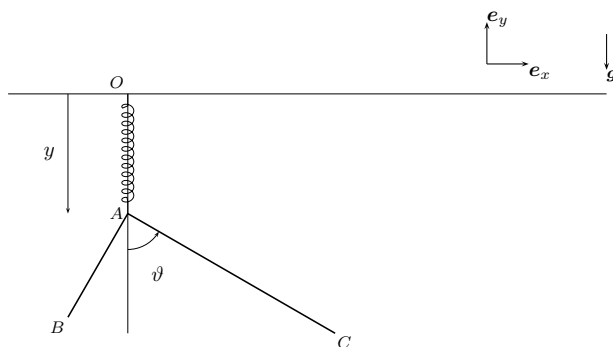
2. Un corpo rigido è formato da un anello di raggio R e massa m , tangente ad una retta orizzontale r ; da un rettangolo $ABCD$ inscritto nella circonferenza, di massa $2m$ e lati AB di lunghezza R , inclinato di $\frac{\pi}{6}$ sull'orizzontale, e $BC = R\sqrt{3}$; da un'asta EF di lunghezza $4R$, massa $3m$, con l'estremo E su r , inclinata di $\frac{\pi}{3}$ rispetto ad r , tangente all'anello. Determinare il momento di inerzia di ciascuno dei tre corpi rispetto



alla retta r (7 punti); Determinare il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione di AB (5 punti).

2

3. In un piano verticale vi è un'asta BAC formata da due bracci $AB = 2\ell$ di massa $2m$ ed $AC = 4\ell$, di massa m , saldati ortogonalmente nell'estremo comune A , mobile lungo una guida fissa verticale e attorno al quale l'asta può oscillare. Inoltre il punto A che è attratto verso un punto O fisso, posto sulla sua verticale, da una molla ideale di costante elastica $\frac{3mg}{\ell}$. Introdotte le coordinate y e ϑ in figura, determinare l'energia



cinetica (**5** punti) e l'energia potenziale del sistema (**2** punti). Determinare il valore di $\ddot{y}(0)$ e $\ddot{\vartheta}(0)$ sapendo che all'istante $t = 0$ il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ e $y(0) = \ell$. (**4** punti)