

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
29 gennaio 2019

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

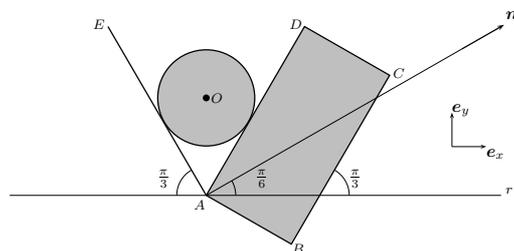
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -2\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, -3, 1), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 5\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 2, -3), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, -2, -1) \end{cases}$$

determinarne

il risultante (**1 punto**); il momento risultante rispetto ad  $O$  (**3 punti**); il trinomio invariante (**1 punto**); l'equazione dell'asse centrale (**2 punti**).

2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo omogeneo  $ABCD$  di lati  $AB = 2R$ ,  $BC = 4R$  e massa  $2m$  e con  $BC$  inclinato di  $\frac{\pi}{3}$  rispetto all'orizzontale  $r$ ; da un'asta  $AE$ , inclinata di  $\frac{\pi}{3}$  sull'orizzontale, di massa  $3m$  e lunghezza  $4R$ ; da un disco di massa  $2m$  e raggio  $R$ , tangente ad  $AE$  e ad  $AD$ . Determinare il momento di



inerzia complessivo rispetto all'asse passante per  $A$ , diretto come il versore  $\mathbf{n}$  inclinato di  $\frac{\pi}{6}$  sull'orizzontale, specificando i contributi dei singoli corpi. (**10 punti**).

3. Un sistema è formato da: a) 2 dischi, ciascuno libero di rotolare senza strisciare lungo una guida fissa in un piano fisso; all'interno di ogni disco si possono muovere liberamente 3 punti materiali; b) 4 corpi rigidi liberi di muoversi nello spazio; sulla superficie di ciascun corpo rigido vi sono 3 punti materiali liberi di muoversi; c) 5 corpi rigidi liberi di ruotare nello spazio attorno ad un proprio punto fisso. Determinarne il numero totale di gradi di libertà, specificando i contributi dei sistemi descritti ai punti a)-c). (5 punti)

4. In un piano verticale, una lamina quadrata omogenea di massa  $3m$  e lato di lunghezza  $2\ell$  trasla su una guida fissa orizzontale ed ha il centro  $C$  attratto verso un punto  $O$ , fisso alla stessa quota, da una molla ideale di costante elastica  $\frac{mg}{\ell}$ . Nel quadrato, con centro  $C$ , è praticata una scanalatura circolare di raggio  $\ell$ , entro cui è mobile senza attrito un punto materiale  $P$  di massa  $2m$ , attratto verso un punto di massa nulla, mobile sulla verticale per  $C$ , da una molla ideale di costante elastica  $k = \gamma \frac{mg}{\ell}$ , in modo che questa resti sempre orizzontale. Introdotte le coordinate  $x$  e  $\vartheta$  indicate in figura, determinare: l'energia cinetica  $T$  del sistema (3 punti); la stabilità delle configurazioni di equilibrio, al variare del parametro positivo  $\gamma$  (5 punti).

