

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 28 giugno 2021

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

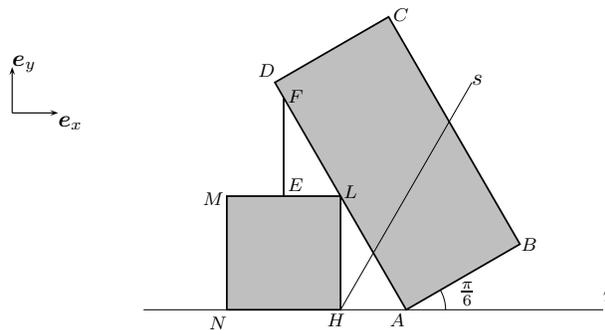
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (3, 2, 1), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, -1, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -4\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 5\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, -1, 3) \end{cases}$$

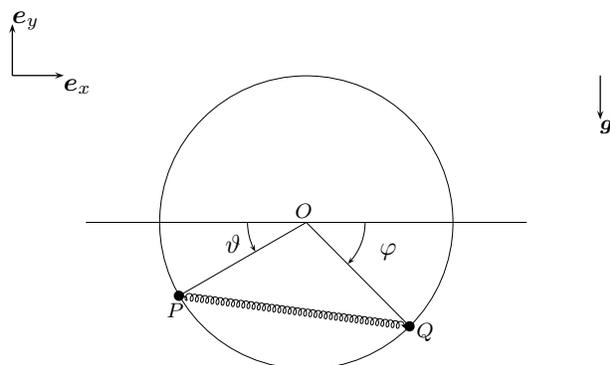
il risultante (**1** punto), il momento risultante (**3** punti). Trovare un sistema equivalente, formato da due vettori, di cui uno applicato nel punto $Q \equiv (-1, 0, 2)$ (**3** punti).

2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo $ABCD$ di massa m e lati AB , di lunghezza 2ℓ , inclinato di $\frac{\pi}{6}$ sull'orizzontale r , dove è appoggiato in A , ed $AD = 4\ell$; da un quadrato $HLMN$ di massa $2m$, lato $\ell\sqrt{3}$, con HN su r ed L su AD ; da un'asta verticale EF di massa $3m$, lunghezza $\frac{3}{2}\ell$, con E nel punto medio di LM e F su AD . Determinare il momento di inerzia di ciascuno dei tre corpi rispetto alla retta s passante



per H , che forma un angolo di $\frac{\pi}{3}$ con r (**10** punti); Determinare il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione \mathbf{e}_y (**4** punti).

2



3. In un piano verticale, su una circonferenza fissa di centro O e raggio R , sono mobili senza attrito due punti materiali P e Q , rispettivamente di massa m e $3m$. I punti sono attratti da una molla ideale di costante elastica $2\frac{mg}{R}$. Introdotta le coordinate ϑ e φ indicate in figura, determinare l'energia cinetica (**2** punti) e l'energia potenziale del sistema (**3** punti). Scrivere le equazioni di Lagrange e trovare i valori di $\ddot{\vartheta}(0)$ e $\ddot{\varphi}(0)$, sapendo che il sistema parte dalla quiete nella configurazione in cui $\vartheta(0) = \frac{\pi}{6}$ e $\varphi(0) = \frac{\pi}{2}$ (**4** punti).