

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 28 gennaio 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

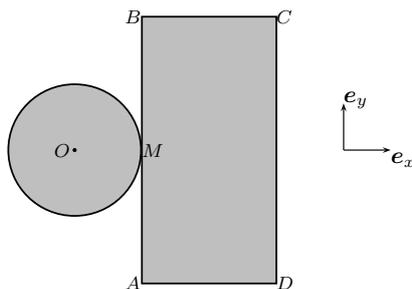
La *prova* consta di 3 Quesiti e durerà 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, -1), \\ \mathbf{v}_2 = -\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, 1, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-2, 1, 3) \end{cases}$$

il risultante, il momento risultante, il trinomio invariante e l'equazione dell'asse centrale. Trovare inoltre un sistema di vettori applicati, equivalente a quello assegnato e formato da due vettori, di cui uno applicato in $Q - O \equiv (2, 0, 3)$.

2. Un corpo rigido piano è formato da un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio ℓ centrato in O e da un rettangolo $ABCD$ omogeneo di massa $3m$ e lati $AD = 2\ell$ e $AB = 4\ell$, tangente al disco nel punto medio M di AB . Ad un certo istante $t = 0$ il corpo occupa la configurazione indicata in figura e la velocità di O è



$\mathbf{v}_O = -2v_0(\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y)$ mentre quella di B è $\mathbf{v}_B = -6v_0(\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)$, dove v_0 è una velocità caratteristica.

1. Determinare la velocità angolare $\boldsymbol{\omega}(0)$ del corpo all'istante $t = 0$;

2. trovare la velocità $\mathbf{v}_D(0)$ del punto D all'istante $t = 0$;

3. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto M ;
4. determinare il momento centrale di inerzia per il corpo rigido rispetto all'asse e_y ;
5. determinare il momento di inerzia del corpo rigido rispetto all'asse passante per M e diretto come il versore $\mathbf{n} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$.

3. In un piano verticale, un anellino P di massa m scorre senza attrito lungo una circonferenza fissa di centro O e raggio R ed è attratto verso un altro punto materiale Q di massa m da una molla ideale di costante elastica $\beta mg/R$. Il punto Q si muove senza attrito lungo una guida orizzontale passante per O . Introdotta le coordinate x e ϑ indicate in figura, determinare l'energia cinetica e l'energia potenziale del sistema. Trovare le configurazioni di equilibrio del sistema, discutendone la stabilità al variare di β . Posto $\beta = 1/2$, qualificare i modi normali in un intorno della configurazione di equilibrio stabile.

