

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
25 giugno 2019

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

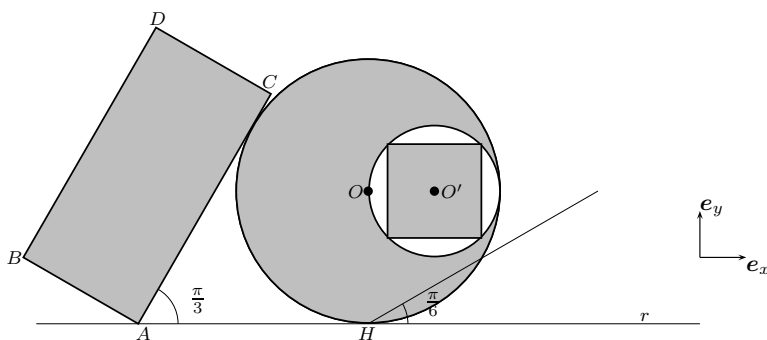
La *prova* consta di 3 Quesiti e durerà 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-1, 2, 1), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -2, -2), \\ \mathbf{v}_3 = -2\mathbf{e}_x - 5\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0, -1, -2) \end{cases}$$

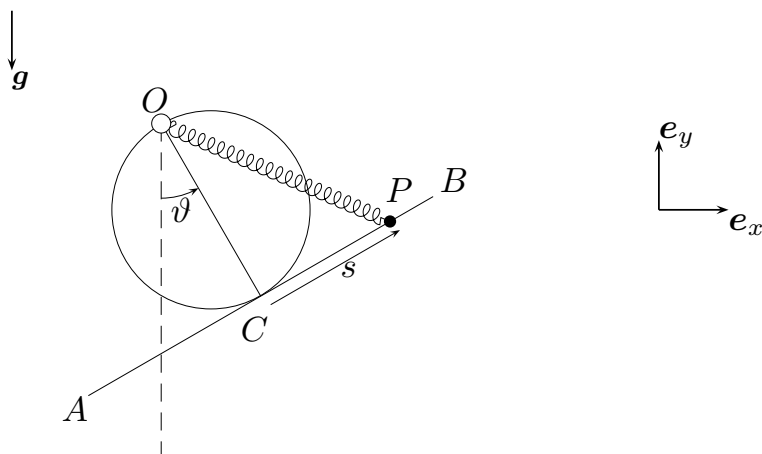
il risultante (1 punto), il momento risultante (3 punti), il trinomio invariante (1 punto) e l'equazione dell'asse centrale (2 punti).

2. Da un disco di massa $4m$, raggio $2R$ e centro O viene asportato un altro disco, tangente internamente al primo, di raggio R e con centro O' alla stessa quota di O . Con centro in O' viene inscritto nel cerchio più piccolo un quadrato di massa $2m$ e lati di lunghezza $\sqrt{2}R$ lungo le direzioni di \mathbf{e}_x ed \mathbf{e}_y . Infine, un rettangolo $ABCD$ di lati $AB = 2R$, $AC = 4R$ e massa $3m$, con AC inclinato di $\frac{\pi}{3}$ rispetto all'orizzontale r su cui giace il vertice A , è tangente al disco forato di centro O . Determinare il momento di inerzia di rettangolo,



disco forato e quadrato rispetto all'asse passante per il punto H di contatto tra r ed il disco, inclinato di $\frac{\pi}{6}$ rispetto ad e_x . (12 punti).

3. In un piano verticale, un anello omogeneo di massa m e raggio R è libero di ruotare attorno ad un proprio punto fisso O . Nel punto C , diametralmente opposto ad O , è saldato il punto medio di un'asta AB di massa $3m$ e lunghezza $4R$ su cui a sua volta è mobile un punto materiale P di massa $2m$. Il punto P è attratto verso O da una molla ideale di costante elastica $\frac{mg}{R}$. Introdotta le coordinate ϑ ed s indicate in figura determinare:



l'espressione dell'energia cinetica T del sistema (4 punti); l'espressione dell'energia potenziale V del sistema (3 punti); i valori di $\dot{s}(0)$ e $\dot{\vartheta}(0)$ se il sistema parte all'istante $t = 0$ dalla quiete nella configurazione in cui $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ ed $s = 0$ (4 punti).