

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
25 giugno 2018

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

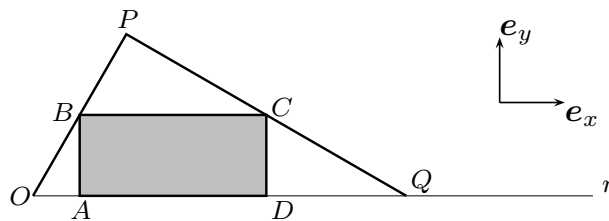
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (3, 2, -1), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1, 1, 2), \\ \mathbf{v}_3 = -4\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-1, 3, 2) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**), il momento risultante (**3 punti**). Trovare inoltre un sistema di vettori applicati, equivalente a quello assegnato e formato da due vettori, di cui uno applicato in  $Q - O \equiv (2, 1, 3)$  (**3 punti**).

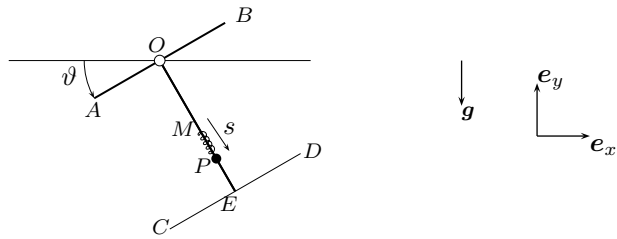
2. Un corpo piano è formato da un rettangolo  $ABCD$ , con  $AD$  appoggiato su una retta  $r$  orizzontale, massa  $3m$  e lati  $AB = \ell\sqrt{3}$  e  $BC = 4\ell$ ; da due aste,  $OP$  e  $PQ$ , saldate ortogonalmente in  $P$ , con  $O$  e  $Q$  appoggiati su  $r$ :  $OP$  ha massa  $m$  e lunghezza  $4\ell$  mentre  $PQ$  ha massa  $2m$  e lunghezza  $4\ell\sqrt{3}$ . Infine,  $OP$  è inclinata di un angolo  $\frac{\pi}{3}$  rispetto alla retta  $r$ ,  $B$  sta su  $OP$  e  $C$  sta su  $PQ$ . Determinare il momento di inerzia del sistema



rispetto alla bisettrice dell'angolo  $AOP$ , specificando i contributi di ciascuna asta e del rettangolo (**9 punti**). Determinare il momento centrale di inerzia per l'intero corpo rispetto alla direzione di  $\mathbf{e}_x$ . (**4 punti**).

3. In un piano verticale, un'asta a forma di  $I$  è formata da tre bracci, tutti di ugual lunghezza  $\ell$  e di massa  $2m$  ciascuno:  $AB$ , incernierato nel proprio punto medio ad un punto fisso  $O$ ;  $OE$ , saldato ortogonalmente ad  $O$  ed al punto medio della terza asta  $CD$ . Su  $OE$  è libero di muoversi senza attrito un punto materiale

2



$P$  di massa  $m$ , attratto verso il punto medio  $M$  di  $OE$  da una molla ideale di costante elastica  $k = 3mg/\ell$ . Introdotta le coordinate  $s$  e  $\vartheta$  indicate in figura, determinare: l'energia cinetica  $T$  del sistema (**3** punti); l'energia potenziale  $V$  del sistema (**2** punti); qualificare i modi normali in un intorno della configurazione di equilibrio stabile (**5** punti).