

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 25 gennaio 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

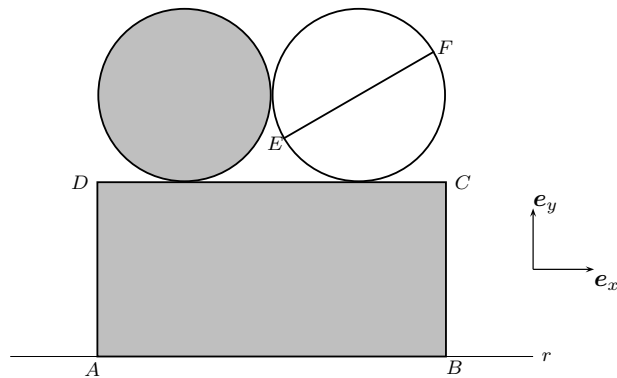
$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, 1, 4), \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-2, 3, -1), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y - 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 2, -2) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** punto); momento risultante rispetto ad O (**3** punti); il trinomio invariante (**1** punto); l'equazione dell'asse centrale (**2** punto).

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa $2m$ e lati $AB = 4\ell$ e $BC = 2\ell$, da un disco omogeneo di massa $4m$ e raggio ℓ , tangente a CD in un punto distante ℓ da D , da un anello omogeneo di massa $2m$ e raggio ℓ tangente a CD ed al disco e da un'asta omogenea EF di massa m , sovrapposta ad un diametro dell'anello ed inclinata di $\frac{\pi}{6}$ rispetto all'orizzontale. All'istante $t = 0$ il corpo si trova nella configurazione indicata in figura con la velocità di A pari a $\mathbf{v}_A = v_0[-3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y]$ e quella di C pari a $\mathbf{v}_C = v_0(2\mathbf{e}_x - 8\mathbf{e}_y)$, dove v_0 è una velocità caratteristica.

1. Determinare la velocità angolare $\boldsymbol{\omega}(0)$ del corpo all'istante $t = 0$ (**1** punto);
2. trovare la velocità $\mathbf{v}_F(0)$ dell'estremo F dell'asta all'istante $t = 0$ (**1** punto);
3. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto A (**2** punti);
4. determinare il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per A , parallelo all'asta EF (**8** punti).



3. In un piano verticale un'asta di massa AB di massa $2m$ e lunghezza $2R$ è libera di ruotare attorno all'estremo A incernierato ad un punto di una circonferenza fissa di raggio R su cui può muoversi senza attrito un punto materiale P di massa βm . Il punto P è attratto verso il centro di massa dell'asta da una molla ideale di costante elastica $\frac{5mg}{R}$. Introdotte le coordinate ϑ e φ indicate in figura, determinare: l'energia cinetica T del sistema (**2** punti); l'energia potenziale V del sistema (**3** punti); determinare la stabilità delle configurazioni di equilibrio nelle quali l'asta è verticale, in funzione di β (**3** punti); trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni intorno alla configurazione di equilibrio stabile se $\beta = 3$ (**3** punti).

