

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
24 settembre 2021

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

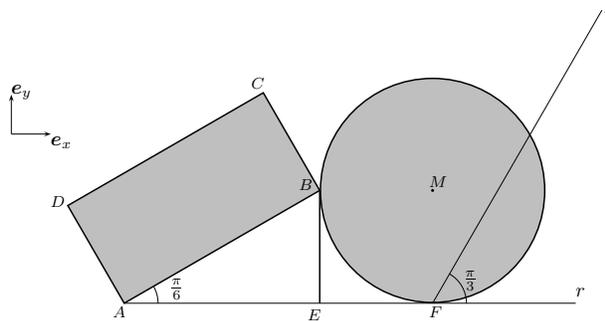
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, 1, -3), \\ \mathbf{v}_2 = -\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 2, -1), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 1, -2) \end{cases}$$

il risultante (**1** punto), il momento risultante (**3** punti), il trinomio invariante (**1** punto) e l'equazione dell'asse centrale (**2** punti).

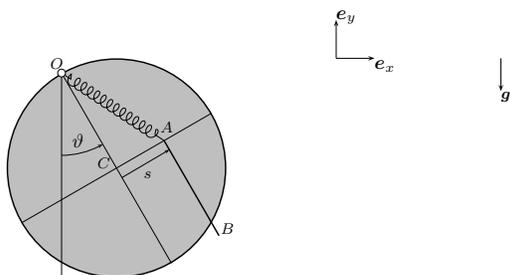
2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo $ABCD$ di massa m e lati $AB = 4\ell$ e $BC = 2\ell$; il vertice A è appoggiato su una retta orizzontale r ed AB è inclinato di $\frac{\pi}{6}$ rispetto ad r ; da un'asta verticale BE di massa $2m$ e lunghezza 2ℓ ; da un disco di massa $3m$ e raggio 2ℓ passante per B e tangente ad r . All'istante $t = 0$, la velocità del punto F di contatto tra r ed il disco è $\mathbf{v}_F = 2v_0(3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y)$ e quella di B è $\mathbf{v}_B = 2v_0(2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$. Determinare, all'istante $t = 0$, la velocità angolare (**1** punto); la velocità del vertice A del rettangolo (**1**



punto); la posizione del centro di istantanea rotazione rispetto ad F (**2** punti). Determinare il momento di inerzia di ciascuno dei tre corpi descritti rispetto alla retta passante F , inclinata di $\frac{\pi}{3}$ rispetto ad r (**8** punti).

2

3. In un piano verticale, un disco di massa $3m$ e raggio ℓ ruota attorno ad un punto fisso O della sua circonferenza. Lungo una scanalatura passante per il centro C ed ortogonale ad OC si muove l'estremo A di un'asta AB che rimane sempre ortogonale alla scanalatura. L'asta ha massa m e lunghezza ℓ . L'estremo A è attratto verso il punto O da una molla ideale di costante elastica $\frac{2mg}{\ell}$. Introdotta le coordinate ϑ ed



s indicate in figura determinare: l'espressione dell'energia cinetica T del sistema (**5** punti); l'espressione dell'energia potenziale V del sistema (**3** punti); il valore di $\ddot{s}(0)$ se, all'istante $t = 0$ il sistema parte dalla quiete con $s(0) = \frac{\ell}{2}$ e $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ (**3** punti).