

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
24 giugno 2020

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

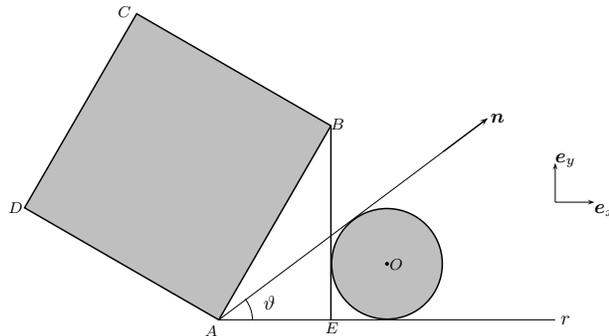
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 4\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, -2, 3), \\ \mathbf{v}_2 = -3\mathbf{e}_x + 5\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-3, 2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -2\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-1, -1, 2) \end{cases}$$

determinarne il risultante (**1** punto) ed il momento risultante rispetto ad O (**3** punti); determinare un sistema di vettori equivalente, composto da due vettori, di cui uno applicato nel punto $Q - O \equiv (1, -1, 2)$ (**3** punti).

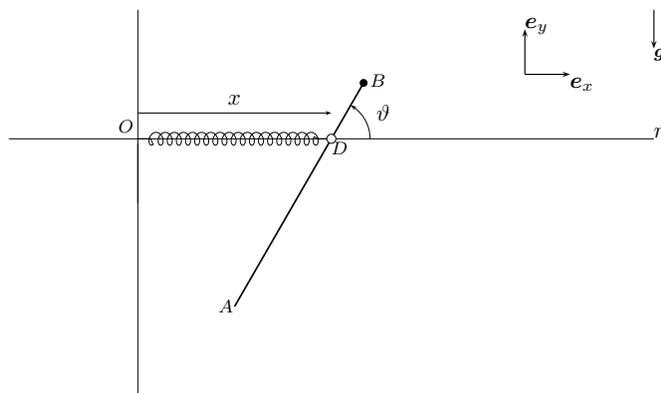
2. Un corpo rigido piano è formato da: un quadrato omogeneo $ABCD$ di massa m e lato $AB = 4\ell$ inclinato di $\frac{\pi}{3}$ sull'orizzontale; un'asta EB verticale omogenea, di massa $\frac{m}{2}$ e lunghezza $2\ell\sqrt{3}$; da un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio ℓ , tangente sia ad EB che alla retta orizzontale r che passa per A ed E . Determinare



il momento di inerzia dei tre corpi rispetto all'asse passante per A e diretto come il versore \mathbf{n} che forma un angolo ϑ con r , tale che $\sin \vartheta = \frac{3}{5}$. (**11** punti)

2

3. In un piano verticale un'asta AB , di lunghezza 4ℓ e massa $2m$, ha il punto D tale che $DB = \ell$ mobile lungo una retta orizzontale fissa r ed è libera di ruotare attorno a D che inoltre è attratto verso un punto fisso O di r da una molla ideale di costante elastica $4\frac{mg}{\ell}$. Infine, in B è saldato all'asta un punto materiale di massa $3m$. Introdotte le coordinate x e ϑ in figura, determinare l'energia cinetica (4 punti) e l'energia



potenziale del sistema (2 punti). Determinare il valore di $\ddot{x}(0)$ e $\ddot{\vartheta}(0)$ sapendo che all'istante $t = 0$ il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ e $x(0) = 2\ell$. (6 punti)