

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
 23 settembre 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

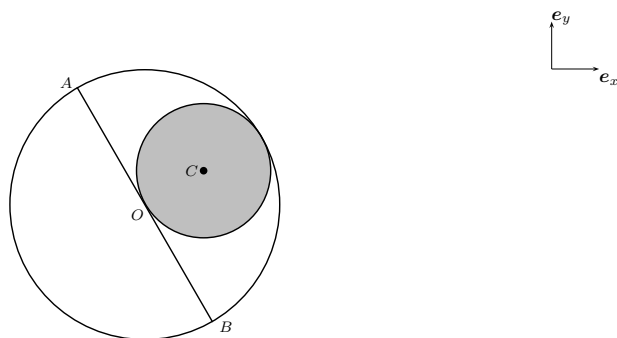
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 4\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (3, -1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, 1, -3), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-2, 1, 2) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** punto); momento risultante rispetto ad  $O$  (**3** punti); il trinomio invariante (**1** punto); scrivere l'equazione dell'asse centrale (**2** punti).

2. Un corpo rigido piano è formato da un anello omogeneo di massa  $2m$ , centro  $O$  e raggio  $2R$ , da un'asta omogenea  $AB$  di massa  $3m$  e lunghezza  $4R$ , inclinata di  $\frac{\pi}{3}$  sull'orizzontale e sovrapposta ad un diametro dell'anello e da un disco omogeneo di massa  $4m$ , raggio  $R$ , tangente in  $O$  ad  $AB$ . Determinare il momento di



inerzia del corpo rispetto alla retta passante per  $A$ , diretta come  $e_x$ , specificando i contributi dei singoli corpi componenti (6 punti). Determinare il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione  $e_y$  (6 punti).

3. In un piano verticale un'asta omogenea  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $2\ell$  ruota attorno ad  $A$  mentre l'estremo  $B$  è attratto da una molla ideale di costante elastica  $3\frac{mg}{\ell}$  verso un punto  $C$  privo di massa dell'asse delle ordinate in modo che  $CB$  sia sempre orizzontale. Su  $AB$  è libero di muoversi un punto materiale  $P$  di massa  $2m$ , attratto verso  $B$  da un'altra molla ideale di costante elastica  $\frac{mg}{\ell}$ . Introdotta le coordinate  $\vartheta$  ed  $s$  indicate in figura, determinare: l'espressione dell'energia cinetica totale  $T$  (3 punti); dell'energia potenziale totale (4 punti). Scrivere le equazioni di Lagrange e determinare i valori di  $\dot{\vartheta}(0)$  e  $\ddot{s}(0)$  sapendo che, all'istante  $t = 0$ , il sistema parte dalla quiete con  $\vartheta(0) = \frac{\pi}{4}$  ed  $s(0) = \ell$ . (4 punti)

