

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 23 settembre 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

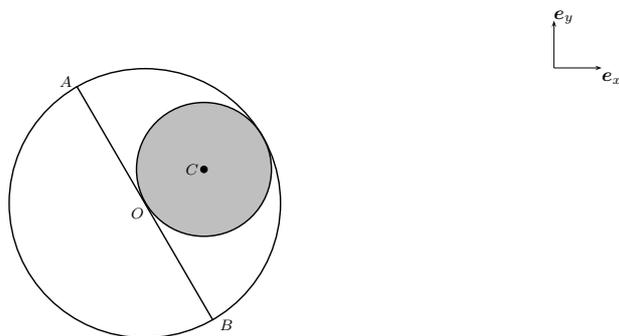
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 4\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (3, -1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, 1, -3), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-2, 1, 2) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** punto); momento risultante rispetto ad O (**3** punti); il trinomio invariante (**1** punto); scrivere l'equazione dell'asse centrale (**2** punti).

2. Un corpo rigido piano è formato da un anello omogeneo di massa $2m$, centro O e raggio $2R$, da un'asta omogenea AB di massa $3m$ e lunghezza $4R$, inclinata di $\frac{\pi}{3}$ sull'orizzontale e sovrapposta ad un diametro dell'anello e da un disco omogeneo di massa $4m$, raggio R , tangente in O ad AB . Determinare il momento di



inerzia del corpo rispetto alla retta passante per A , diretta come e_x , specificando i contributi dei singoli corpi componenti (6 punti). Determinare il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione e_y (6 punti).

3. In un piano verticale un'asta omogenea AB di massa m e lunghezza 2ℓ ruota attorno ad A mentre l'estremo B è attratto da una molla ideale di costante elastica $3\frac{mg}{\ell}$ verso un punto C privo di massa dell'asse delle ordinate in modo che CB sia sempre orizzontale. Su AB è libero di muoversi un punto materiale P di massa $2m$, attratto verso B da un'altra molla ideale di costante elastica $\frac{mg}{\ell}$. Introdotta le coordinate ϑ ed s indicate in figura, determinare: l'espressione dell'energia cinetica totale T (3 punti); dell'energia potenziale totale (4 punti). Scrivere le equazioni di Lagrange e determinare i valori di $\dot{\vartheta}(0)$ e $\ddot{s}(0)$ sapendo che, all'istante $t = 0$, il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = \frac{\pi}{4}$ ed $s(0) = \ell$. (4 punti)

