

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 23 settembre 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

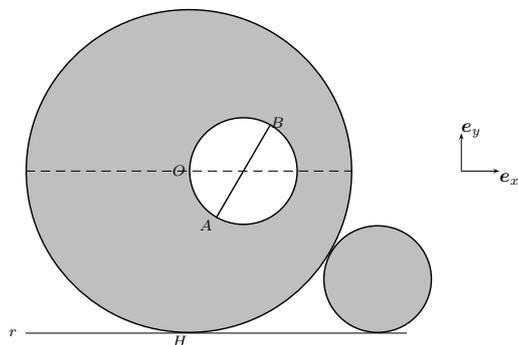
$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 4\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, -3), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1, 3, 2), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 4, -1) \end{cases}$$

determinarne

1. risultante (**1** pt.);
2. momento risultante rispetto ad O (**3** pt.);
3. trinomio invariante (**1** pt.);
4. l'equazione dell'asse centrale (**2** pt.);

2. Un corpo rigido piano è formato da un disco omogeneo di massa $2m$, raggio $3R$ e centro O , appoggiato in H su una guida r orizzontale da cui viene asportato un altro disco di raggio R il cui centro è sull'orizzontale passante per O ad una distanza R da O . Il disco asportato viene ricollocato in modo da essere tangente sia al disco forato che alla retta r mentre, lungo il diametro del foro inclinato di $\pi/3$ rispetto all'orizzontale, viene collocata un'asta AB di massa $3m$ e lunghezza $2R$. Determinare:

1. le coordinate rispetto ad H del centro di massa del corpo rigido rispetto alla base $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$ (**2** punti);
2. Il momento di inerzia del corpo rigido rispetto all'asse passante per H e diretto lungo \mathbf{e}_y , specificando i contributi: della lamina forata (**2** punti); dell'asta (**2** punti); del disco più piccolo (**2** punto).



3. Il momento di inerzia del corpo rigido rispetto alla retta passante per O ed ortogonale ad AB , specificando i contributi: della lamina forata (**2** punti); dell'asta (**2** punti); del disco piú piccolo (**2** punti).

3. In un piano verticale, un'asta omogenea OA di massa $2m$ e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno all'estremo O incernierato ad un punto fisso. Una seconda asta BC di massa $3m$ e lunghezza 2ℓ è incernierata in A ad OA , con $AB = \frac{\ell}{2}$, ed ha l'estremo C attratto da una molla ideale di costante elastica mg/ℓ verso un punto H di massa nulla, mobile sulla retta orizzontale r passante per O , in modo che CH sia sempre verticale. Introdotte le coordinate lagrangiane ϑ e φ indicate in figura, si determinino

1. L'energia cinetica del sistema (**4** punti).
2. L'energia potenziale del sistema (**3** punti).
3. Le equazioni di Lagrange. (**2** punti).
4. I valori di $\ddot{\vartheta}(0)$ e di $\ddot{\varphi}(0)$ se, all'istante iniziale, il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ e $\varphi(0) = 0$. (**2** punti).

