

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
22 settembre 2017

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

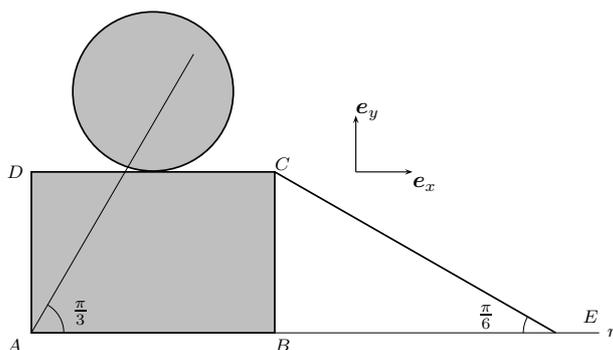
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 5\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -1, -3), \\ \mathbf{v}_3 = 5\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 0, -1) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**) ed il momento risultante (**3 punti**); il trinomio invariante (**1 punto**); l'equazione dell'asse centrale. (**2 punti**)

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa m e lati $AB = 3\ell$ e $BC = 2\ell$; da un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio ℓ , tangente al lato CD nel suo punto medio; da un'asta CE di massa $3m$ e lunghezza $CE = 4\ell$, inclinata di $\frac{\pi}{6}$ sull'orizzontale. All'istante $t = 0$ il corpo



occupa la configurazione indicata in figura e la velocità di A è $\mathbf{v}_A = v_0(3\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$ mentre quella di C è $\mathbf{v}_C = v_0(5\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y)$, dove v_0 è una velocità caratteristica.

1. Determinare la velocità angolare $\boldsymbol{\omega}(0)$ del corpo all'istante $t = 0$ (**2 punti**);

2. trovare la velocità del centro del disco all'istante $t = 0$ (1 punto);
3. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto A (2 punti);
4. determinare il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per A , che forma un angolo di $\frac{\pi}{3}$ con la direzione e_x (6 punti).

3. In un piano verticale un disco di raggio R e massa $2m$ è libero di ruotare attorno al proprio centro O fisso. Sulla periferia del disco è saldato un punto materiale P di massa m . Un secondo disco di centro C alla stessa quota di O , ugual raggio e massa $3m$ è libero di rotolare senza strisciare su una guida orizzontale. I due dischi si attraggono grazie ad una molla di costante elastica mg/R e lunghezza a riposo $3R$. Introdotta le coordinate s e ϑ indicate in figura, determinare: l'energia cinetica T del sistema (3 punti); l'energia potenziale V del sistema (3 punti); qualificare i modi normali in un intorno della configurazione di equilibrio stabile (3 punti) e di quella instabile (3 punti).

