

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 22 novembre 2013

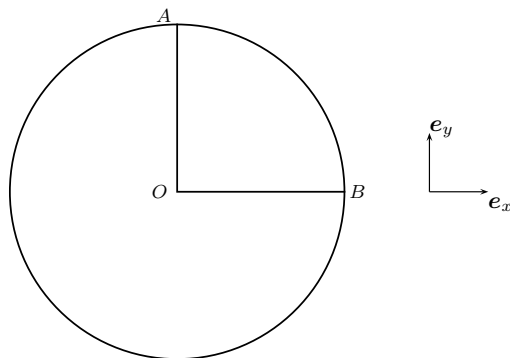
Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Un corpo rigido è ottenuto saldando ad un anello di centro O , massa $2m$ e raggio R due aste OA ed OB , di ugual lunghezza R , saldate tra loro ortogonalmente: OA ha massa $3m$ e OB ha massa $4m$. Ad un istante $t = 0$ il corpo si trova nella configurazione indicata in figura, con $\mathbf{v}_A = v_0(2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y)$ e $\mathbf{v}_B = v_0(4\mathbf{e}_x + 5\mathbf{e}_y)$. Determinare, nello stesso istante la velocità angolare del corpo e la velocità del punto medio della congiungente i punti A e B . Trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione rispetto al punto O . Determinare il momento centrale di inerzia rispetto ad una retta che formi un angolo di $\frac{\pi}{6}$ con l'orizzontale. Determinare il momento di inerzia rispetto alla retta passante per A e diretta lungo \mathbf{e}_x .



2. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 4\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, -1, 3), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -\mathbf{e}_x + 5\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, -2, -3). \end{cases}$$

il risultante ed il momento risultante; il trinomio invariante; l'equazione dell'asse centrale. Determinare un sistema di vettori applicati, equivalente a quello proposto e formato da due vettori, di cui uno applicato in $Q \equiv (-2, 1, 4)$.

3. In un piano verticale, un'asta OA di massa $3m$ e lunghezza R ha l'estremo O incernierato al centro di una circonferenza fissa di raggio R e l'estremo A libero di scorrere senza attrito su di essa. Sull'asta è libero di muoversi un punto materiale P di massa $2m$, attratto da una molla ideale di costante elastica $4mg/R$ verso un punto H mobile sulla tangente alla circonferenza nel suo punto di quota massima e posto sulla verticale passante per P . Introdotte le coordinate ϑ ed s indicate in figura, determinare: l'energia cinetica e l'energia potenziale del sistema. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema. Calcolare $\ddot{s}(0)$ e $\ddot{\vartheta}(0)$ se, all'istante $t = 0$, il sistema parte dalla quiete nella configurazione $s(0) = \frac{R}{3}$ e $\vartheta(0) = \frac{\pi}{3}$.

