

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 1 settembre 2015

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

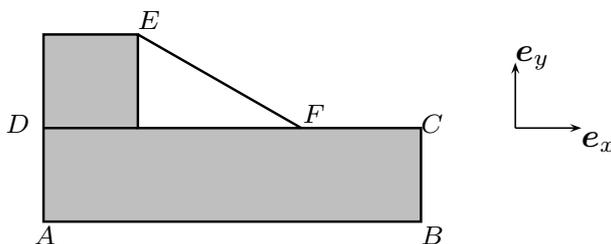
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, 3, -1), \\ \mathbf{v}_2 = 4\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (3, -2, 3), \\ \mathbf{v}_3 = -2\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y - 5\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 4, -2) \end{cases}$$

determinarne

risultante (1 punto); momento risultante rispetto ad O (3 punti); il trinomio invariante (1 punto); l'equazione dell'asse centrale (2 punti).

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa $3m$ e lati $AB = 4\ell$ e $AD = \ell$; da un quadrato di lato ℓ e massa $2m$ con un vertice in D ; da un'asta EF , di lunghezza 2ℓ e massa m , avente l'estremo F su CD ed E coincidente con un vertice del quadrato. Determinare il momento centrale



di inerzia del corpo nella direzione \mathbf{e}_x (4 punti); il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per A ed ortogonale ad EF precisando i contributi del rettangolo, del quadrato e dell'asta (6 punti).

3. Un sistema è formato da: 1) 10 corpi rigidi: 5 di questi sono liberi di muoversi nello spazio e, vincolati a muoversi sulla superficie di ciascuno di essi, vi sono 4 punti materiali. I restanti 5 corpi rigidi sono liberi di ruotare nello spazio attorno ad un proprio punto fisso. Determinarne il numero totale di gradi di libertà. (4 punti)

4. In un piano verticale un'asta omogenea OA di massa m e lunghezza 3ℓ è incernierata senza attrito al proprio estremo O mentre un punto materiale P di massa $2m$ è libero di scorrere su di essa, essendo anche attratto verso un punto fisso Q , posto sull'orizzontale per O , a distanza 2ℓ da O , grazie ad una molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$. Introdotte le coordinate ϑ ed s indicate in figura, determinare: l'espressione dell'energia cinetica totale T (**3** punti); dell'energia potenziale totale (**2** punti). Scrivere le equazioni di Lagrange (**2** punti); determinare i valori di $\dot{\vartheta}(0)$ e $\dot{s}(0)$ sapendo che, all'istante iniziale il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = 0$ e $s(0) = \ell$. (**2** punti)

