

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
19 febbraio 2019

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

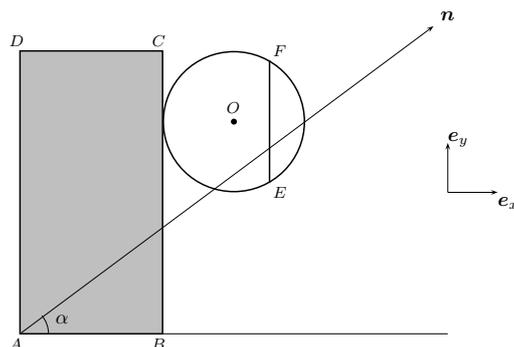
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-1, 3, 2), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (3, -2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-2, 2, 1) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**) ed il momento risultante (**3 punti**). Determinare un sistema equivalente a quello assegnato e formato da due soli vettori, di cui uno applicato in $Q - O \equiv (1, 1, -2)$ (**3 punti**).

2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di lati $AB = \ell$, $BC = 2\ell$ e massa $5m$; da un'asta EF verticale di massa m e lunghezza $\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$, con gli estremi saldati a due punti di un anello di centro O , raggio $\frac{\ell}{2}$ e massa $2m$, a sua volta saldato a BC in un punto che dista $\frac{\ell}{2}$ da C . All'istante $t = 0$ il



sistema si trova nella configurazione indicata in figura con i punti A e C aventi velocità $\mathbf{v}_A = v_0(\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y)$ e $\mathbf{v}_C = v_0(-\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y)$, rispettivamente

1. Determinare la velocità angolare $\omega(0)$ del corpo all'istante $t = 0$; (**2** punti).
2. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto A ; (**2** punti).
3. determinare il momento di inerzia dei tre corpi rispetto all'asse passante per A ed inclinato di un angolo α tale che $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ sull'orizzontale; (**9** punti).

3. In un piano verticale, un'asta OA di massa $3m$ e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno all'estremo fisso O mentre nell'estremo A è incernierato il punto medio di una seconda asta BC , di massa $2m$ e lunghezza 2ℓ . Il punto C è attratto da una molla ideale di costante elastica $2mg/\ell$ verso un punto H di massa nulla, libero di muoversi sull'orizzontale passante per O in modo che CH rimanga sempre verticale. Introdotte le coordinate ϑ e φ indicate in figura, determinare l'espressione dell'energia cinetica totale T del sistema (**3** punti); l'espressione dell'energia potenziale totale V del sistema (**2** punti); trovare i valori di $\dot{\vartheta}(0)$ e $\dot{\varphi}(0)$ se, all'istante $t = 0$, il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ e $\varphi(0) = \frac{\pi}{3}$ (**5** punti).

