

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 14 luglio 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

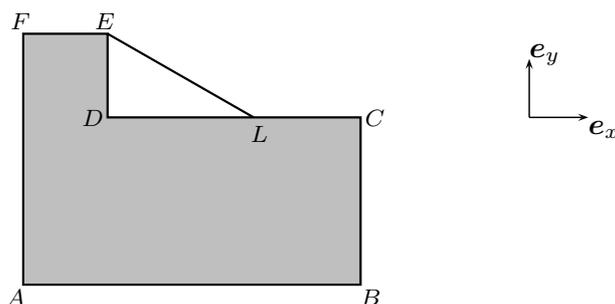
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (3, 2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -3\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, 2) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** pt.); momento risultante rispetto ad O (**3** pt.); il trinomio invariante (**1** pt.); ridurre il sistema ad un altro, ad esso equivalente, formato da due vettori, di cui uno applicato in $Q - O \equiv (1, -1, 0)$ (**3** pt.).

2. Un corpo rigido piano è formato da un poligono omogeneo $ABCDEF$ di massa $3m$ e lati $AB = 4\ell$, $BC = 2\ell$, $CD = FA = 3\ell$, $DE = EF = \ell$ e da un'asta EL di massa $2m$ e lunghezza 2ℓ . All'istante $t = 0$ il



sistema si trova nella configurazione indicata in figura e la velocità di A è $\mathbf{v}_A = v_0(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$ mentre quella di D è $\mathbf{v}_D = v_0(5\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)$, dove v_0 è una velocità caratteristica. Determinare la velocità angolare $\boldsymbol{\omega}(0)$ del corpo all'istante $t = 0$ (**1** punto); trovare la velocità del centro di massa dell'asta all'istante $t = 0$ (**1** punto);

trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto A (**2** punti); determinare il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per A , ortogonale all'asta EL (**8** punti), specificando i contributi del poligono e dell'asta.

3. In un piano verticale un quadrato omogeneo $ABCD$ di massa $3m$ e lato di lunghezza 2ℓ è libero di ruotare attorno al punto medio O del lato AB . Un punto materiale P di massa $2m$ è mobile senza attrito in una scanalatura semicircolare di centro O e raggio ℓ ed è attratto da una molla ideale di costante elastica $\frac{mg}{\ell}$ verso il centro di massa M del quadrato. Introdotte le coordinate ϑ e φ indicate in figura, determinare: l'energia cinetica T del sistema (**3** punti); l'energia potenziale V del sistema (**3** punti); determinare la stabilità delle configurazioni di equilibrio nelle quali AB è orizzontale (**2** punti); trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni intorno alla configurazione di equilibrio stabile, con AB orizzontale (**3** punti).

