

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
13 giugno 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

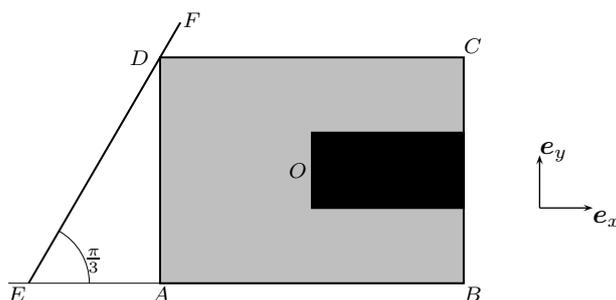
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, -2, 3), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 2, -4), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, -1, 1) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**) ed il momento risultante (**3 punti**); il trinomio invariante (**1 punto**); trovare un sistema, equivalente a quello assegnato, formato da due vettori applicati, di cui uno applicato in $Q \equiv (1, 3, -2)$ (**3 punti**).

2. Un corpo rigido è formato da un rettangolo omogeneo di lati $AB = 4\ell$, $BC = 3\ell$ e di massa $6m$ da cui viene asportato un altro rettangolo di lati 2ℓ ed ℓ con un lato minore lungo BC ed equidistante da B e C . Al posto del rettangolo asportato ne viene collocato un altro, di massa $2m$. Il corpo è completato da un'asta omogenea EF di lunghezza 4ℓ e massa $3m$, inclinata di $\pi/3$ sull'orizzontale, con E lungo il prolungamento di AB e saldata al rettangolo in D . All'istante $t = 0$ il corpo occupa la configurazione indicata in figura e



la velocità di A è $\mathbf{v}_A = 2v_0(4\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y)$ mentre quella di C è $\mathbf{v}_C = 2v_0(\mathbf{e}_x + 7\mathbf{e}_y)$, dove v_0 è una velocità caratteristica.

1. Determinare la velocità angolare $\omega(0)$ del corpo all'istante $t = 0$;
2. trovare la velocità $\mathbf{v}_O(0)$ del centro O del rettangolo $t = 0$;
3. trovare analiticamente la posizione del centro di istantanea rotazione all'istante $t = 0$ rispetto al punto A ;
4. determinare il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per A , diretto lungo la direzione \mathbf{n} di EF , specificando i contributi del rettangolo e dell'asta;
5. determinare il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione \mathbf{e}_y .

3. In un piano verticale un punto materiale di massa m è libero di muoversi senza attrito lungo una parabola di equazione $y = x^2/2R$ ed è attratto verso il centro di un disco di massa $3m$ e raggio R da una molla ideale di costante elastica $2mg/R$. Il disco è libero di rotolare senza strisciare su una guida fissa rettilinea posta a distanza $3R$ dal vertice della parabola. Introdotta l'ascissa x di P e quella s del centro del disco determinare: l'espressione dell'energia cinetica totale T del sistema (**3** punti); l'espressione dell'energia potenziale totale V del sistema (**2** punti); scrivere le equazioni di Lagrange e, supponendo che all'istante $t = 0$ il sistema parta dalla quiete con $x(0) = R$ e $s(0) = R/2$, determinare il valore di $\ddot{x}(0)$ e $\ddot{s}(0)$.

