

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
13 febbraio 2017

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

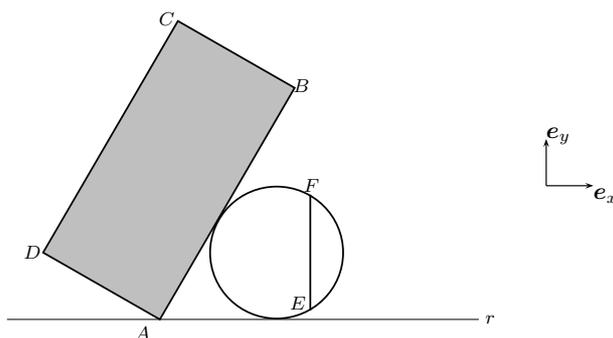
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (4, 1, 1), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, -2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 4\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (3, 1, 2) \end{cases}$$

determinarne

risultante (**1** punto); momento risultante rispetto ad O (**3** punti); il trinomio invariante (**1** punto); determinare un sistema di vettori applicati equivalente a quello assegnato e formato da due vettori, di cui uno applicato in $Q \equiv (1, 0, -1)$ (**3** punti).

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa m e lati $AB = 4\ell$ e $AD = 2\ell$, avente il vertice A su una retta r orizzontale ed il lato AB inclinato di $\frac{\pi}{3}$ sull'orizzontale; da un anello di massa $2m$ e raggio ℓ , tangente ad r e ad AB ; da un'asta verticale EF di massa $3m$ e lunghezza $\ell\sqrt{3}$, sovrapposta ad una corda dell'anello. Determinare il momento di inerzia del corpo rispetto alla retta



passante per A , inclinata di $\frac{\pi}{6}$ sulla retta r (**6** punti). Determinare il momento centrale di inerzia del sistema nella direzione \mathbf{e}_y (**6** punti).

3. In un piano verticale, un anello di massa m e raggio R è libero di ruotare attorno ad un suo punto fisso O mentre nel punto M diametralmente opposto ad O è saldata tangenzialmente all'anello un'asta di massa $2m$ e lunghezza $4R$, su cui è libero di muoversi senza attrito un punto materiale P di massa m , attratto verso M da una molla ideale di costante elastica $2mg/R$. Introdotta le coordinate s e ϑ indicate in Figura, determinare l'espressione dell'energia cinetica totale T del sistema (**3 punti**); l'espressione dell'energia potenziale totale V del sistema (**3 punti**); Trovare il valore di $\ddot{s}(0)$ e $\ddot{\vartheta}(0)$ all'istante $t = 0$ nel quale il sistema parte dalla configurazione $s(0) = R$, $\vartheta(0) = 0$, con $\dot{s}(0) = 0$ e $\dot{\vartheta}(0) = \omega_0$ (**4 punti**).

