

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
 12 febbraio 2015

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

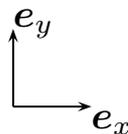
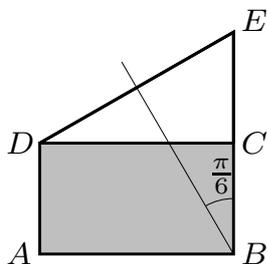
1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (3, 2, -1), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -2, 3), \\ \mathbf{v}_3 = -\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, -2, 1) \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**) ed il momento risultante (**3 punti**). Determinare un sistema equivalente a quello assegnato e formato da due soli vettori, di cui uno applicato in $Q - O \equiv (3, 1, 0)$ (**3 punti**).

2. Un sistema è formato: I) 2 corpi rigidi liberi di muoversi nello spazio, aventi ciascuno 3 punti materiali liberi di muoversi sulla propria superficie; II) 3 dischi liberi di muoversi in uno stesso piano, all'interno di ciascuno dei quali è libero di muoversi un punto materiale; III) 4 dischi liberi di ruotare attorno ad un proprio punto fisso e ciascuno vincolato a restare in un piano fisso. Determinarne il numero totale di gradi di libertà. (**6 punti**)

3. Ad un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa $2m$ e lati $AB = \ell\sqrt{3}$, $AD = \ell$ sono sovrapposte due aste, CE verticale di lunghezza ℓ e massa m ed ED , di massa $3m$. Determinare:



1. il momento centrale di inerzia del corpo nella direzione e_x (**4 punti**);
2. il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse passante per B ed inclinato di $\frac{\pi}{6}$ rispetto a BC , specificando i contributi del rettangolo e di ciascuna asta (**6 punti**).

4. In un piano verticale un'asta omogenea OA di massa m e lunghezza 2ℓ è incernierata senza attrito al proprio estremo O mentre una seconda asta BC di ugual lunghezza e di massa $2m$ ha il centro incernierato in A e ha l'estremo C attratto verso il centro di OA da una molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$. Introdotta le coordinate ϑ e φ indicate in figura, determinare: l'espressione dell'energia cinetica totale T (**3 punti**); dell'energia potenziale totale (**2 punti**). Scrivere le equazioni di Lagrange (**2 punti**); determinare i valori di $\dot{\vartheta}(0)$ e $\dot{\varphi}(0)$ sapendo che, all'istante iniziale il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = \varphi(0) = \frac{\pi}{2}$ (**2 punti**).

