

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE  
**Prova scritta di Fisica Matematica**  
11 luglio 2014

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

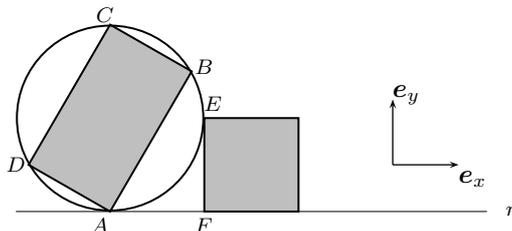
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -5\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, 3, -2), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -1, 4), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (3, -2, 1) \end{cases}$$

determinarne: risultante (**1 pt.**); momento risultante rispetto ad  $O$  (**3 pt.**); trinomio invariante (**1 pt.**); l'equazione dell'asse centrale (**2 pt.**)

2. Un corpo rigido piano è formato da un anello di massa  $2m$  e raggio  $R$ , tangente in un punto  $A$  ad una retta orizzontale  $r$ ; da un quadrato di massa  $3m$ , lato  $R$ , tangente all'anello in  $E$  ed appoggiato su  $r$ ; da un rettangolo  $ABCD$  inscritto nell'anello, di massa  $4m$  e lati  $AB = R\sqrt{3}$ ,  $AD = R$ , con  $AB$  inclinato di  $\pi/3$  sull'orizzontale. All'istante  $t = 0$  il corpo rigido occupa la configurazione indicata in figura ed i punti  $A$  ed  $E$  hanno velocità  $\mathbf{v}_A = v_0(2\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y)$ ,  $\mathbf{v}_E = v_0(-3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y)$ . Determinare: la velocità angolare all'istante



$t = 0$  (**1 punto**); la velocità del punto  $D$  all'istante  $t = 0$  (**1 punto**); le coordinate del centro di istantanea rotazione rispetto al punto  $A$  (**2 punti**); le coordinate del centro di massa del corpo rispetto al punto  $F$ , riferite alla base  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$  (**2 punti**); il momento centrale di inerzia rispetto alla direzione  $\mathbf{e}_y$  (**4 punti**); il

momento di inerzia rispetto alla retta contenente  $CD$ , specificando i contributi del quadrato (**2 punti**); del rettangolo (**1 punto**) e dell'anello (**2 punti**).

**3.** In un piano verticale un'asta rigida, sagomata a forma di  $T$  è formata da due bracci  $OA$  e  $CD$  di ugual lunghezza  $2\ell$  e masse, rispettivamente  $2m$  e  $4m$ . L'asta è libera di ruotare attorno all'estremo  $A$ , incernierato ad un punto fisso mentre il braccio  $CD$  è saldato ortogonalmente ad  $AB$  nel punto medio. Su  $AB$  è libero di muoversi senza attrito un punto materiale  $P$  di massa  $m$ , attratto verso  $A$  da una molla ideale di costante elastica  $3mg/\ell$ . Introdotte le coordinate  $s$  e  $\vartheta$  indicate in figura, determinare: l'energia cinetica  $T$  del sistema (**3 punti**); l'energia potenziale  $V$  del sistema (**3 punti**); le coppie  $(x, \vartheta)$  nelle configurazioni di equilibrio, con la loro stabilità (**3 punti**); le pulsazioni delle piccole oscillazioni intorno alla configurazione di equilibrio stabile (**3 punti**).

