

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE
Prova scritta di Fisica Matematica
11 febbraio 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

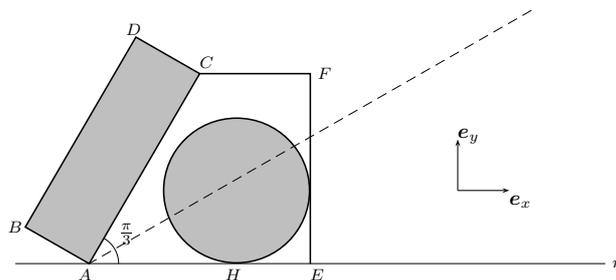
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -4\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-2, 1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (3, -2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -2\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, 4) \end{cases}$$

determinarne

risultante (1 pt.); momento risultante rispetto ad O (3 pt.); il trinomio invariante (1 pt.); ridurre il sistema ad un altro, ad esso equivalente, formato da due vettori, di cui uno applicato in $Q - O \equiv (1, -1, 0)$ (3 pt.).

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa m e lati $AB = \ell$ e $AC = 3\ell$, quest'ultimo inclinato di $\frac{\pi}{3}$ rispetto all'orizzontale; da un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio ℓ , tangente all'orizzontale r passante per A in un punto H tale che $AH = 2\ell$; da un'asta CFE a forma di L , tangente al disco, con i bracci ciascuno di massa $3m$ e lunghezze $CF = \frac{3}{2}\ell$ ed $EF = \frac{3\sqrt{3}}{2}\ell$. Determinare il momento



di inerzia del corpo rispetto alla retta passante per A , inclinata di $\frac{\pi}{6}$ rispetto ad r , tratteggiata in figura, specificando i contributi dei singoli corpi componenti (8 punti).

3. Un sistema è formato: I) 4 corpi rigidi liberi di ruotare nello spazio attorno ad un punto fisso; ciascun corpo rigido possiede 2 punti materiali liberi di muoversi sulla sua superficie; II) 5 corpi rigidi liberi di muoversi nello spazio; III) 3 aste libere di muoversi in un piano fisso; su ciascuna di esse si possono muovere 2 punti materiali. Determinarne il numero totale di gradi di libertà. **(6 punti)**

4. In un piano verticale un disco omogeneo di massa m e raggio R rotola senza strisciare su una guida orizzontale r e reca, incernierato al suo centro C , l'estremo di un'asta AC di massa $2m$ e lunghezza $3R$. Il centro del disco è attratto verso un punto fisso O su r da una molla ideale di costante elastica $4mg/R$. Introdotte le coordinate ϑ ed x indicate in figura, determinare: l'espressione dell'energia cinetica totale T (**3 punti**); dell'energia potenziale totale (**2 punti**). Scrivere le equazioni di Lagrange e determinare i valori di $\dot{\vartheta}(0)$ e $\ddot{x}(0)$ sapendo che, all'istante $t = 0$ il sistema parte dalla quiete con $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ ed $x(0) = R$. **(3 punti)**

