

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
**Esame di Fisica Matematica**  
 5 settembre 2013

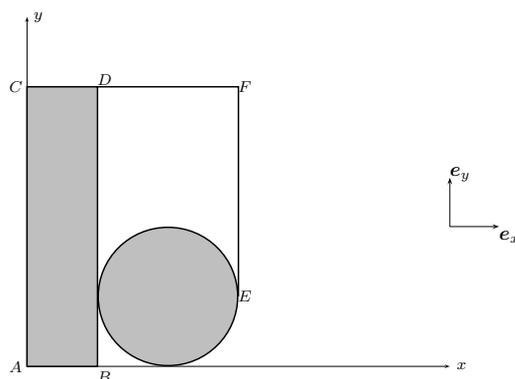
Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **2** Esercizi e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo di massa  $4m$  e lati  $AB = \ell$  e  $AC = 4\ell$ ; da un disco di raggio  $\ell$  e massa  $m$ , tangente al rettangolo ed all'asse delle ascisse; da un'asta  $EF$ , di lunghezza  $3\ell$  e massa  $2m$ , tangente al disco in  $E$  e, infine, dall'asta  $DF$ , di lunghezza  $2\ell$  e massa  $3m$ . Si determinino:



1. le coordinate del centro di massa  $G$  del corpo rigido rispetto ad  $A$ ; (**2** punti)
2. i momenti di inerzia del rettangolo, del disco e delle aste  $EF$  e  $DF$ , rispetto all'asse  $x$ ; (**4** punti)
3. i momenti di inerzia del rettangolo, del disco e delle aste  $EF$  e  $DF$ , rispetto all'asse  $y$ ; (**4** punti)
4. la matrice di inerzia  $I_A$  rispetto al punto  $A$  del corpo rigido; (**3** punti)
5. il momento centrale di inerzia del corpo rigido nella direzione  $e_x$  (**3** punti).

2. In un piano verticale, un'asta omogenea  $AB$  di lunghezza  $AB = 2\ell$  e massa  $3m$  è libera di ruotare attorno al proprio centro fisso  $M$ . Nell'estremo  $B$  è saldato un punto materiale di massa  $2m$ , attratto verso un punto fisso  $O$  della verticale  $r$  passante per  $M$  da una molla ideale di costante elastica  $\gamma mg/\ell$ . Introdotta la coordinata  $\vartheta$  indicata in figura, si determinino

1. l'energia cinetica del sistema (**3** punti);
2. il potenziale del sistema; (**4** punti)
3. le configurazioni di equilibrio, discutendone la stabilità al variare di  $\gamma > 0$  (**6** punti).
4. Posto  $\gamma = 4$  trovare la frequenza delle piccole oscillazioni in un intorno della configurazione di equilibrio stabile. (**4** punti).

