

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE
Esame di Fisica Matematica
 28 gennaio 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

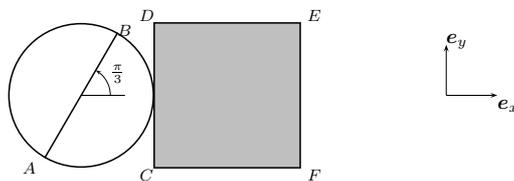
La *prova* consta di 3 Quesiti e durerà 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Dato il tensore del quart'ordine \mathbb{C} la cui azione sulla base $\mathbf{E}_{ij} := \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$ è

$$\begin{aligned} \mathbb{C}(\mathbf{E}_{11}) &= \mathbf{E}_{12} + 2\mathbf{E}_{22} & \mathbb{C}(\mathbf{E}_{12}) &= \mathbf{E}_{11} + 3\mathbf{E}_{23} & \mathbb{C}(\mathbf{E}_{13}) &= \mathbf{E}_{11} - \mathbf{E}_{33} \\ \mathbb{C}(\mathbf{E}_{21}) &= 2\mathbf{E}_{21} + 4\mathbf{E}_{23} & \mathbb{C}(\mathbf{E}_{22}) &= 8\mathbf{E}_{13} & \mathbb{C}(\mathbf{E}_{23}) &= 3\mathbf{E}_{22} + \mathbf{E}_{33} \\ \mathbb{C}(\mathbf{E}_{31}) &= \mathbf{E}_{23} - \mathbf{E}_{13} & \mathbb{C}(\mathbf{E}_{32}) &= -\mathbf{E}_{22} + 2\mathbf{E}_{23} & \mathbb{C}(\mathbf{E}_{33}) &= 2\mathbf{E}_{12} + 6\mathbf{E}_{22} \end{aligned}$$

trovare gli elementi diversi da 0 nella matrice C_{ijkl} della forma C_{ij22} e della forma C_{22kl} . Dati i tensori del secondo ordine $\mathbf{A} = \mathbf{E}_{12} + 3\mathbf{E}_{23}$ e $\mathbf{B} = 6\mathbf{E}_{11} + 2\mathbf{E}_{31}$, determinare $\mathbb{C}(\mathbf{A})$, $\mathbb{C}(\mathbf{B})$, $|\mathbf{A}|$, $|\mathbf{B}|$, $|\mathbb{C}(\mathbf{A})|$, $|\mathbb{C}(\mathbf{B})|$ e $\mathbb{C}(\mathbf{A}) \cdot \mathbb{C}(\mathbf{B})$.

2. Un corpo rigido piano è formato da un anello omogeneo di raggio R e massa m , da un'asta omogenea AB di lunghezza $2R$ e massa $3m$ con gli estremi saldati a due punti diametralmente opposti dell'anello e da un quadrato $CDEF$ di massa $2m$ e lato $2R$ avente il punto medio di CD saldato ad un punto dell'anello e sulla stessa orizzontale del centro di quest'ultimo. L'asta è inclinata di $\frac{\pi}{3}$ sull'orizzontale, come mostrato in figura. Determinare la matrice di inerzia del corpo rispetto al vertice C del quadrato, individuandone gli



autovalori e l'angolo che la base principale di inerzia forma rispetto alla base canonica $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$.

3. In un piano verticale, un filo omogeneo AC di peso specifico costante p/R e lunghezza opportuna ha il tratto BC libero, mantenuto teso grazie ad una forza $\mathbf{f} = 3p\mathbf{e}_x$. Il tratto AB è appoggiato senza attrito alla circonferenza di un disco di centro O e raggio R in modo che l'angolo AOB abbia ampiezza $\pi/4$. Infine, l'equilibrio è garantito applicando in A una forza elastica di costante $2p/\ell$ che attrae A verso un punto fisso Q alla stessa quota. Determinare la tensione in ogni punto P del tratto AB in funzione dell'angolo $AOP = \vartheta$; determinare il valore della distanza AQ all'equilibrio; scrivere l'equazione del profilo libero BC rispetto ad assi ortogonali $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$ centrati in C ; calcolare il dislivello tra i punti B e C .

