

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE
Esame di Fisica Matematica
25 gennaio 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

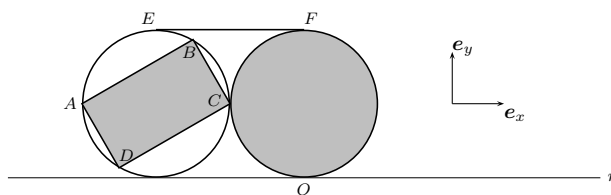
1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -6\mathbf{e}_x + 5\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, 3), \\ \mathbf{v}_2 = 4\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + 6\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (4, 2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-2, 1, -1) \end{cases}$$

determinarne

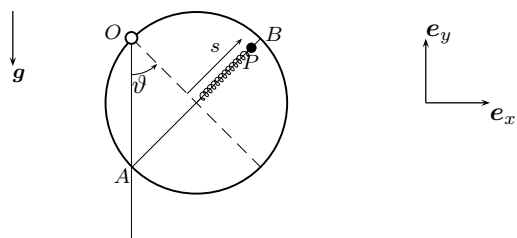
risultante (**1** pt.); momento risultante rispetto ad O (**3** pt.); il trinomio invariante (**1** pt.); ridurre il sistema ad un altro, ad esso equivalente, formato da due vettori, di cui uno applicato in $Q - O \equiv (1, 2, 0)$ (**3** pt.).

2. Un corpo rigido piano è formato da un rettangolo omogeneo $ABCD$ di massa $3m$ e lati $AD = R$ e $AB = \sqrt{3}R$, con la diagonale AC orizzontale, inscritto in un anello omogeneo di raggio R e massa $2m$ appoggiato su una guida orizzontale r ; da un disco di massa $4m$ e raggio R , tangente all'anello ed ad r ; da un'asta EF orizzontale di massa m e lunghezza $2R$, appoggiata al disco ed all'anello. Determinare



le coordinate del centro di massa del corpo rispetto al punto O di contatto tra il disco ed r , riferite alla base $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$ (**2** punti); la matrice di inerzia del corpo rispetto al punto O precisando, per ogni elemento di matrice, i contributi del rettangolo, del disco, dell'anello e dell'asta, rispetto alla base $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$ (**10** punti).

3. In un piano verticale, un anello omogeneo di raggio R e massa $3m$ è libero di ruotare attorno ad un suo punto fisso O . Un punto P di massa $2m$ è libero di muoversi senza attrito lungo il diametro ortogonale



a quello passante per O ed è attratto verso il centro dell'anello da una molla ideale di costante elastica mg/R . Introdotta le coordinate s e ϑ indicate in figura, determinare l'energia cinetica del sistema (**3** punti) e l'energia potenziale (**3** punti). Scrivere le equazioni di Lagrange (**4** punti). Se, all'istante $t = 0$, il sistema parte dalla quiete con $s(0) = \frac{R}{2}$ e $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$, trovare i valori di $\ddot{s}(0)$ e $\ddot{\vartheta}(0)$ (**2** punti).