

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE
Esame di Fisica Matematica
23 settembre 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

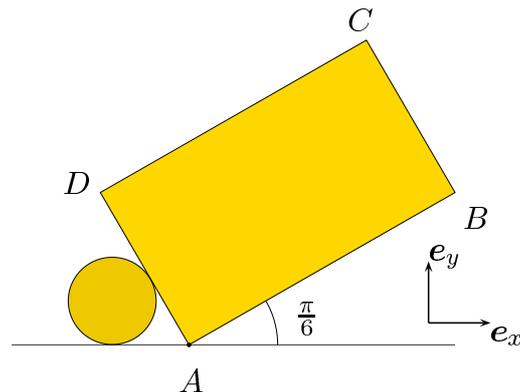
1. Sia assegnata l'equazione

$$\mathbf{x} \wedge (3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z) = \mathbf{b}.$$

Trovare quale tra i seguenti valori di \mathbf{b} ne consente la risoluzione: $\mathbf{b}_1 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_z$; $\mathbf{b}_2 = 4\mathbf{e}_y + 6\mathbf{e}_z$; $\mathbf{b}_3 = \frac{4}{3}\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z$ (1 punto). In corrispondenza, trovare tutte le soluzioni dell'equazione proposta (3 punti)

2. Un sistema è formato: I) 4 corpi rigidi liberi di muoversi nello spazio, ciascuno avente un punto materiale libero di muoversi sulla sua superficie; II) 5 aste libere di muoversi in uno stesso piano; III) 3 dischi liberi di rotolare senza strisciare su guide fisse e ciascuno vincolato a restare in un piano fisso. Determinarne il numero di gradi di libertà. (6 punti)

3. Un corpo rigido piano è formato da una lamina rettangolare $ABCD$ di lati $AB = 2\sqrt{3}\ell$ e $BC = 2\ell$ e di massa $3m$, con il lato AB inclinato di $\pi/6$ sull'orizzontale, e da un disco di raggio $\ell/2$ e massa m , tangente al lato AD e all'orizzontale passante per A . Determinare le coordinate del centro di massa del corpo rispetto



al punto A , riferite alla base $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$ (2 punti); la matrice di inerzia del corpo rispetto ad A precisando,

per ogni elemento di matrice, i contributi del rettangolo e del disco (**10 punti**). Determinare il momento di inerzia del corpo rispetto alla retta AB (**2 punti**).

4. In un piano verticale, un quadrato omogeneo $ABCD$ di massa $2m$ e lati di lunghezza 2ℓ è libero di ruotare attorno al punto medio O del lato AB . Nel quadrato è praticata una scanalatura EF parallela ad AB e passante per il centro di massa G del quadrato entro cui è libero di scorrere senza attrito un punto materiale P di massa $3m$. Il punto P è attratto verso E da una molla ideale di costante elastica mg/ℓ e verso F da una molla di costante elastica $2mg/\ell$ e lunghezza a riposo $\delta\ell$. Introdotte le coordinate s e ϑ indicate in figura, determinare l'energia cinetica del sistema (**3 punti**) e l'energia potenziale (**3 punti**). Trovare per quale valore di δ esiste una configurazione di equilibrio in cui $s = 0$ (**1 punto**). Per questo valore di δ studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio con $s = 0$ (**3 punti**). Trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio stabile, tra quelle con $s = 0$ (**4 punti**).

