

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
**Esame di Fisica Matematica**  
 22 novembre 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

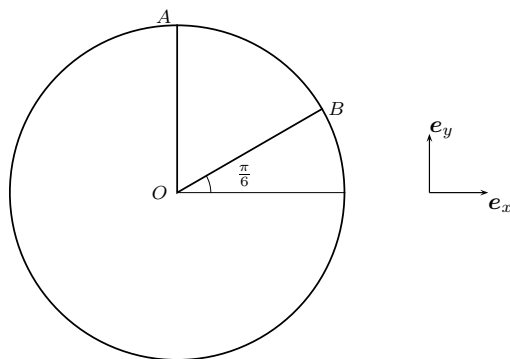
La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Determinare, per il seguente sistema di vettori applicati,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -5\mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2, -1, 3), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 2, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -\mathbf{e}_x + 5\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, -2, -3). \end{cases}$$

il risultante (**1 punto**) ed il momento risultante (**3 punti**); il trinomio invariante (**1 punto**); l'equazione dell'asse centrale (**2 punti**). Determinare un sistema di vettori applicati, equivalente a quello proposto e formato da due vettori, di cui uno applicato in  $Q \equiv (4, -1, 2)$ . (**3 punto**)

2. Un corpo rigido piano è formato da un anello omogeneo di centro  $O$ , massa  $2m$  e raggio  $R$ ; da un'asta omogenea verticale  $OA$  di massa  $3m$  e lunghezza  $R$ ; da un'asta  $OB$ , inclinata di  $\frac{\pi}{6}$  sull'orizzontale, lunghezza  $R$  e massa  $4m$ . Determinare le coordinate rispetto al punto  $O$  del centro di massa del corpo rigido (**2 punti**)



e la matrice di inerzia del corpo rigido rispetto al punto  $O$ , nella base  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$  (**7 punti**), individuandone gli autovalori e l'angolo che la base principale di inerzia forma rispetto alla base canonica  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$  (**2 punti**). Determinare infine il momento centrale d'inerzia del corpo rigido nella direzione  $\mathbf{e}_x$ . (**3 punti**)

3. In un piano verticale, un'asta  $OA$  di massa  $2m$  e lunghezza  $R$  ha l'estremo  $O$  incernierato al centro di una circonferenza fissa di raggio  $R$  e l'estremo  $A$  libero di scorrere senza attrito su di essa. Sull'asta è libero di muoversi un punto materiale  $P$  di massa  $m$ , attratto da una molla ideale di costante elastica  $4mg/\ell$  verso un punto  $H$  mobile sulla tangente alla circonferenza nel suo punto di quota massima e posto sulla verticale passante per  $P$ . Introdotte le coordinate  $\vartheta$  ed  $s$  indicate in figura, determinare: l'energia cinetica (2 punti) e l'energia potenziale del sistema (2 punti). Trovare le equazioni di Lagrange del sistema (4 punti). Determinare i valori di  $\ddot{s}(0)$  (2 punti) e  $\ddot{\vartheta}(0)$  (2 punti) se all'istante  $t = 0$  il sistema parte dalla quiete nella configurazione  $s(0) = R/3$ ,  $\vartheta(0) = \frac{\pi}{3}$ .

