

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
**Esame di Fisica Matematica**  
 22 febbraio 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

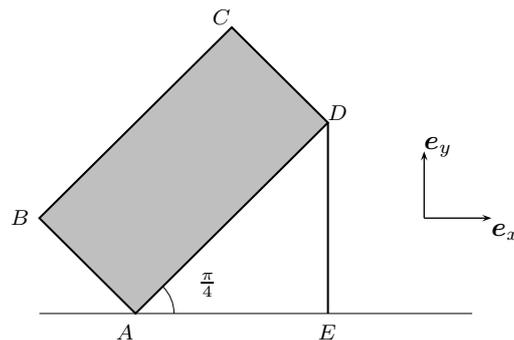
La *prova* consta di 3 Quesiti e durerà 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, 0), \\ \mathbf{v}_2 = -3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (-1, 1, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 4\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 0, 3) \end{cases}$$

determinarne risultante e momento risultante rispetto ad  $O$ , trinomio invariante e l'equazione dell'asse centrale.

2. Un corpo rigido piano è formato da un'asta verticale  $DE$  di massa  $3m$  e lunghezza  $4\ell$  e da un rettangolo  $ABCD$  di lati  $AB = 2\ell\sqrt{2}$  ed  $AD = 4\ell\sqrt{2}$  e massa  $2m$ , avente il vertice  $A$  saldato ad un punto di una guida orizzontale e con il lato  $AD$  inclinato di  $\pi/4$  sull'orizzontale. Determinare le coordinate rispetto al



vertice  $A$  del centro di massa del corpo rigido e la matrice di inerzia del corpo rigido rispetto al vertice  $A$ , individuandone gli autovalori e l'angolo che la base principale di inerzia forma rispetto alla base canonica  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$ .

3. In un piano verticale, un'asta omogenea  $OA$  di massa  $m$  e lunghezza  $2\ell$  è libera di ruotare attorno al suo estremo  $O$  incernierato ad un punto fisso. Su  $OA$  scorre, mantenendosi sempre ortogonale ad  $OA$  grazie ad un manicotto, un'asta  $BC$  di massa  $2m$  e lunghezza  $2\ell$ . Il punto  $A$  è richiamato verso il punto  $H$  della retta orizzontale passante per  $O$  che si trova sulla verticale per  $A$  da una forza elastica ideale di costante  $mg/\ell$ , mentre  $B$  è attratto verso  $O$  da un'altra forza elastica ideale di costante  $2mg/\ell$ . Introdotta le coordinate  $\vartheta$  e  $s$  indicate in figura, si determinino

1. l'energia cinetica del sistema;
2. l'energia potenziale del sistema;
3. le equazioni di Lagrange.

