

UNIVERSITÀ DI PAVIA
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE
Esame di Fisica Matematica
 1 settembre 2015

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

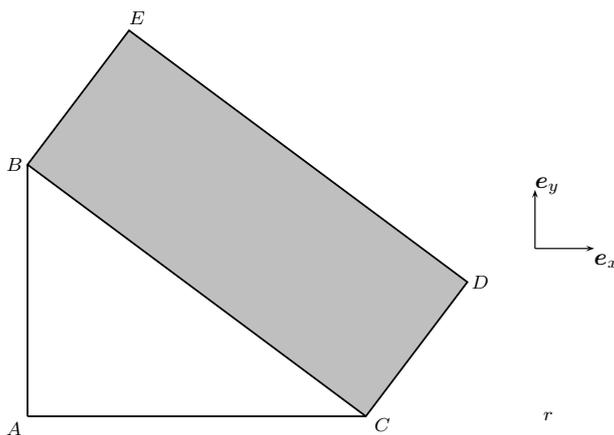
1. Sia assegnata l'equazione

$$\mathbf{x} \wedge (2\mathbf{e}_x + \alpha\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z) = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z.$$

Trovare per quale valore del parametro α essa ammette soluzione (1 punto). In corrispondenza, trovarne tutte le soluzioni (3 punti).

2. Un sistema è formato da: 1) 6 corpi rigidi: 3 di questi sono liberi di muoversi nello spazio e, vincolati a muoversi sulla superficie di ciascuno di essi, vi sono 4 punti materiali. I restanti 3 corpi rigidi sono liberi di ruotare nello spazio attorno ad un proprio punto fisso. Determinarne il numero totale di gradi di libertà. (4 punti)

3. Un corpo rigido piano è formato da due aste AB ed AC , di lunghezze 3ℓ e 4ℓ e masse $2m$ e $3m$, rispettivamente, saldate ortogonalmente in A e da un rettangolo omogeneo $BCDE$ di lati $BC = 5\ell$ e $CD = 2\ell$ e di massa $4m$. Determinare le coordinate del centro di massa del corpo rispetto al punto A ,



riferite alla base $\{e_x, e_y\}$ (**2** punti); la matrice di inerzia del corpo rispetto al punto A precisando, per ogni elemento di matrice, i contributi delle singole aste e del rettangolo, rispetto alla base $\{e_x, e_y, e_z\}$ (**8** punti).

4. In un piano verticale un'asta OA di lunghezza 2ℓ e massa $2m$ è libera di ruotare attorno all'estremo O . Nell'altro estremo A è incernierato un punto di una seconda asta BC di lunghezza 3ℓ e massa $3m$, tale che $AB = \ell$. L'estremo A è sollecitato da una molla ideale di costante elastica $2mg/\ell$ verso un punto fisso Q posto sulla stessa orizzontale di O e tale che $OQ = 2\ell$. Introdotte le coordinate ϑ e φ indicate in figura, determinare: l'energia cinetica T del sistema (**4** punti); l'energia potenziale V del sistema (**3** punti); scrivere le equazioni di Lagrange (**2** punti); determinare i valori di $\ddot{\vartheta}(0)$ e $\ddot{\varphi}(0)$, sapendo che il sistema parte dalla quiete all'istante $t = 0$ nella configurazione in cui $\vartheta(0) = \frac{\pi}{2}$ e $\varphi(0) = 0$ (**3** punti).

