

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE
Esame di Fisica Matematica
11 giugno 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

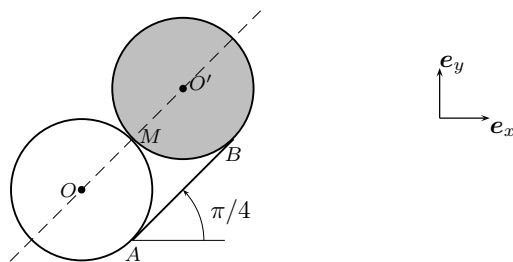
La *prova* consta di **3** Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Assegnato il sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (-1, 1, 2), \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, 1), \\ \mathbf{v}_3 = -2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 0, 3) \end{cases}$$

determinarne risultante (**1 pt.**) e momento risultante (**3 pt.**) rispetto ad O , trinomio invariante (**1 pt.**) e l'equazione dell'asse centrale (**2 pt.**). Ridurre il sistema ad un altro, ad esso equivalente, formato da due vettori, di cui uno applicato in $Q - O \equiv (1, -1, 0)$ (**3 pt.**)

2. Un corpo rigido piano è formato da un'asta AB di massa $3m$ e lunghezza $2R$ inclinata di $\pi/4$ sull'orizzontale e tangente nell'estremo A ad un anello di massa $2m$, centro O e raggio R ed in B ad un disco di massa m , raggio R e centro O' . I due dischi sono tangenti esternamente in M e i centri sono su una parallela ad AB . Determinare le coordinate del centro di massa del corpo rispetto al punto M , riferite alla



base $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$ (**2 punti**); la matrice di inerzia del corpo rispetto al punto M precisando, per ogni elemento di matrice, i contributi dei singoli corpi (**8 punti**). Determinare gli autovalori di questa matrice ed individuare l'inclinazione della base principale di inerzia rispetto alla base $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y\}$ (**4 punti**).

2

3. In un piano verticale, vi sono due guide circolari fisse, una di centro O e raggio $4R$, l'altra di raggio R col centro O' posto sulla verticale per O , a distanza $2R$ da esso. Su queste guide sono liberi di muoversi, rispettivamente, un punto Q di massa m ed uno P di massa $2m$ che si attraggono grazie ad una forza elastica di costante $3mg/R$. Introdotta le coordinate ϑ e φ indicate in figura, determinare l'energia cinetica del sistema (**2** punti) e l'energia potenziale (**3** punti). Scrivere le equazioni di Lagrange (**4** punti) e determinare $\ddot{\vartheta}(0)$ e $\ddot{\varphi}(0)$ se, all'istante $t = 0$ il sistema parte dalla quiete con $\dot{\vartheta}(0) = \dot{\varphi}(0) = 0$ (**4** punti).

