

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
 FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
 CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
**Esame di Fisica Matematica**  
 11 febbraio 2016

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

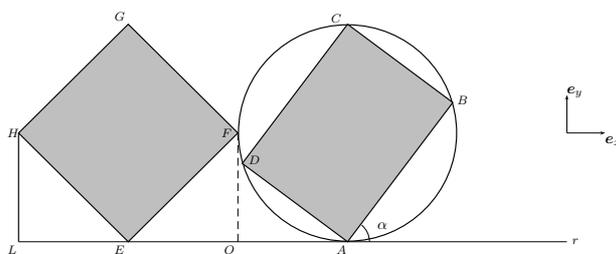
La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

1. Sia assegnata l'equazione

$$\mathbf{x} \wedge (\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z) = \beta\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z.$$

Trovare per quale valore del parametro  $\beta$  essa ammette soluzione (1 punto). In corrispondenza, trovarne tutte le soluzioni (3 punti)

2. Un corpo rigido piano è formato da un anello di massa  $2m$  e raggio  $5R$ ; da un rettangolo  $ABCD$  di massa  $m$  e lati  $AB = 8R$  e  $BC = 6R$ , con il lato  $AB$  inclinato rispetto alla retta orizzontale  $r$  su cui poggia  $A$  di un angolo  $\alpha$  tale che  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ , con la diagonale  $AC$  verticale; da un quadrato  $EFGH$  di massa  $m$  e lato  $5\sqrt{2}R$  con  $E$  su  $r$ ,  $F$  appoggiato sull'anello e le diagonali  $EG$  ed  $FH$  verticale ed orizzontale, rispettivamente,  $EF$  inclinato di  $\frac{\pi}{4}$  su  $r$ ; dall'asta  $HL$  verticale di massa  $m$  e lunghezza  $5R$ . Determinare la matrice di inerzia del



corpo rispetto al punto  $O \in r$ , sulla verticale di  $F$ , precisando, per ogni elemento di matrice, i contributi del rettangolo, dell'anello, del quadrato e dell'asta, rispetto alla base  $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$  (12 punti).

3. Un sistema è formato: I) 2 corpi rigidi liberi di ruotare nello spazio attorno ad un punto fisso; ciascun corpo rigido possiede 2 punti materiali liberi di muoversi sulla sua superficie; II) 3 corpi rigidi liberi di muoversi nello spazio; III) 6 aste libere di muoversi in un piano fisso; su ciascuna di esse si possono muovere 2 punti materiali. Determinarne il numero totale di gradi di libertà. (6 punti)

4. In un piano verticale, un filo omogeneo  $AC$  di peso per unità di lunghezza costante  $3\frac{p}{\ell}$  e lunghezza opportuna ha il tratto  $BC$  libero, mantenuto teso grazie ad una forza di intensità  $f = p$  che forma un angolo  $\alpha$  tale che  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  con l'orizzontale ed il tratto  $AB$  appoggiato senza attrito ad un segmento orizzontale che non offre attrito. L'estremo  $A$  è attratto verso un punto fisso  $O$  posto sul segmento, tale che  $OB = 2\ell$ , da una molla ideale di costante elastica  $3p/\ell$ . In condizioni di equilibrio determinare: la lunghezza del tratto  $AB$  del filo (**2** punti); l'equazione dell'arco libero  $BC$ , riferito ad assi centrati in  $B$  (**2** punti); la lunghezza del tratto  $BC$  di filo (**4** punti).

