STATISTICA Prova scritta (A) 8/2/2018

Cognome e Nome (in stampatello)

1. [**4 pt**] Si determini $P(A \cup B)$, dove A e B sono eventi indipendenti tali che $P(A) = 1/3$ e $P(B) = 1/4$.

2. [**8 pt**] Si consideri un campione di n osservazioni i.i.d. da una variabile aleatoria $N(\mu, 9)$. Si determini n in modo che la lunghezza dell'intervallo di confidenza (di livello 0.95) risulti minore o uguale a 3.

3. [**10 pt**] Date 5 osservazioni i.i.d. da una variabile aleatoria esponenziale di media 2, si determini la probabilita' che almeno 4 di esse risultino maggiori di 2.

4. [**8 pt**] Si determini $\mathrm{cov}[\sin X,\, \cos X]$, dove X e' una variabile aleatoria uniforme su $[-\pi,\, \pi]$. (Ovvero, X e' assolutamente continua con densita' costante su $[-\pi,\, \pi]$ e nulla su $[-\pi,\, \pi]^c$).

5. **[10 pt]** Si dia la definizione di funzione di ripartizione (in generale) e di funzione di ripartizione assolutamente continua. Si faccia un esempio di funzione di ripartizione discreta. Si dia infine la definizione di valor medio (assumendo che tale valor medio esista) di una variabile aleatoria discreta.

6. **[6 pt]** Siano $x_1, \ldots, x_n$ osservazioni i.i.d. da una variabile aleatoria uniforme su $[0, \theta]$, dove $\theta > 0$. Si determini una stima di massima verosimiglianza per θ.

7. **[10 pt]** Si calcoli $P(2Y > X + \sqrt{3}\,)$ supponendo che la coppia (X, Y) abbia legge normale, $E(X) = E(Y) = 0$, $E(X^2) = E(Y^2) = 1$ ed $E(XY) = 1/2$.

8. **[4 pt]** Si enunci il teorema centrale del limite.