STATISTICA Prova scritta: (A) 4/7/2016	Cognome e Nome	firma

1. **[6 pt]** Si determini $P(1 + 2Y < X + 2)$ nelle ipotesi: la coppia (X, Y) ha legge normale, $E(X) = 0$, $E(Y) = 1$, $\mathrm{var}\,(X) = \mathrm{var}\,(Y) = 1$, $\mathrm{cov}\,(X, Y) = 1/4$.

2. **[6 pt]** Si determini il coefficiente di correlazione tra X ed $(X + Y + Z)$, dove X, Y, Z sono variabili aleatorie i.i.d., $E(X) = 0$ ed $E(X^2) = 5$.

3. **[10 pt]** Da un'urna, contenente 4 palline bianche e 3 nere, vengono fatte estrazioni successive. Dopo ogni estrazione, la pallina estratta viene rimessa nell'urna insieme ad altre 2 palline dello stesso colore. Si determini la probabilita' di ottenere pallina bianca alla seconda prova.

4. **[8 pt]** Sia $x_1, \ldots, x_n$ un campione, composto da osservazioni indipendenti ed identicamente distribuite, proveniente da una popolazione con media μ e varianza $\sigma^2 \in (0, \infty)$. Si ponga: $\overline{x} = (1/n)\sum_{i=1}^{n} x_i$ ed $x^* = (x_1 + 2x_2 - x_3)/2$. Allo scopo di stimare μ, quale tra $\overline{x}$ ed x^* preferiresti e perche' ?

5. **[10 pt]** Si definisca la funzione di ripartizione di una variabile aleatoria X e si esprimano $P(X = a)$ e $P(a \leq X \leq b)$ in termini di tale funzione di ripartizione.

6. **[10 pt]** Cosa significa che una funzione di ripartizione F e' assolutamente continua ? Se F e' assolutamente continua ed f una sua densita', quali sono le relazioni tra f e la derivata F' (nei punti in cui esiste) ? Posto $g(0) = 1$ e $g(x) = f(x)$ se $x \neq 0$, si puo' dire che g e' ancora una densita' per F ?

7. **[5 pt]** Si dia la definizione di stima di massima verosimiglianza.

8. **[5 pt]** Sia X una variabile aleatoria tale che $P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$, dove $p \in (0, 1)$, e siano $x_1, \dots, x_n$ osservazioni i.i.d. estratte da X. Supposto n "sufficientemente" elevato, si scriva un intervallo di confidenza approssimato per p. Su quale risultato teorico e' basata l'approssimazione ?