

1. [8 pt] Sia $h(x) = x + \sin x$ se $0 \leq x \leq \pi$ ed $h(x) = 0$ altrimenti. Si determini la costante c in modo che $f = ch$ sia una funzione di densita'.

2. [8 pt] Si determini $P(X^2 = Y)$, dove X ed Y sono variabili aleatorie indipendenti, X ha legge di Poisson, $E(X) = 1$, e $P(Y = n) = (1/3)(2/3)^{n-1}$ per $n = 1, 2, \dots$

3. [8 pt] Sia $Z = \min(X_1, \dots, X_n)$ dove X_1, \dots, X_n sono variabili aleatorie i.i.d. ed X_1 ha legge esponenziale di media 7. Si determini $P(Z \leq 7)$.

4. [6 pt] Sia x_1, \dots, x_n un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una popolazione con media μ e varianza $\sigma^2 \in (0, \infty)$. Si ponga: $x^* = (1/3) \sum_{i=1}^3 x_i$ ed $x^{**} = (x_1 + x_5 + x_6 + x_8)/4$. Allo scopo di stimare μ , quale tra x^* ed x^{**} preferiresti e perche' ?

5. [10 pt] Si enunci il teorema di Bayes, si definisca la funzione di ripartizione di una variabile aleatoria X , e si esprima $P(X = x)$ in termini di tale funzione di ripartizione.

6. [10 pt] Siano $X = \cos U$ ed $Y = \sin U$, dove U ha legge uniforme su $[-\pi, \pi]$. Si verifichi che X ed Y non sono indipendenti.

7. [4 pt] Si dia la definizione di stima di massima verosimiglianza.

8. [6 pt] Sia x_1, \dots, x_9 un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una popolazione normale. Posto che $\sum_{i=1}^9 x_i = 18$ e $\sum_{i=1}^9 x_i^2 = 100$, si determini un'intervallo di confidenza per μ di livello $1 - \alpha = 0.95$.