STATISTICA Prova scritta (B) 20/2/2017

Cognome e Nome (in stampatello)

1. **[6 pt]** Si determini il coefficiente di correlazione tra X ed $X - Y$, dove X ed Y sono variabili aleatorie tali che $E(X) = E(Y) = 0$, $\text{var}(X) = \text{var}(Y) = 4$, $\text{cov}(X, Y) = 2$.

2. **[8 pt]** Si determini $P(X = Y)$, dove X ed Y sono variabili aleatorie indipendenti, X e' discreta ed Y ha funzione di ripartizione continua.

3. **[10 pt]** L'urna U_1 contiene 4 palline bianche e 3 nere e l'urna U_2 contiene 3 palline bianche e 5 nere. Si sceglie una delle 2 urne e poi si fanno 3 estrazioni dall'urna scelta. Supponiamo che $P(U_1) = P(U_2)$ e che le estrazioni siano con reinbussolamento da U_1 e senza reinbussolamento da U_2. Si determini la probabilita' che l'urna scelta sia U_1 nell'ipotesi di aver osservato 2 palline bianche ed 1 nera.

4. **[6 pt]** Sia $x_1, \ldots, x_n$ un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una variabile aleatoria Bernoulliana di parametro p. Si determini un intervallo di confidenza (approssimato) per p, di livello $1 - \alpha = 0.99$, nelle ipotesi: $n = 100$ e $\sum_{i=1}^{100} x_i = 70$.

5. **[10 pt]** Detta F la funzione di ripartizione della variabile aleatoria X, si scriva $P(a < X < b)$ in funzione di F. Si determini inoltre $E(X)$ nell'ipotesi: $F(x) = 0$ se $x < 0$, $F(x) = 1/2$ se $0 \leq x < 1$, $F(x) = 3/4$ se $1 \leq x < 2$, $F(x) = 1$ se $x \geq 2$.

6. **[8 pt]** Sia $x_1, \ldots, x_n$ un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una $N(1, \sigma^2)$ (ovvero, la media μ e' nota e pari ad 1). Si determini una stima di massima verosimiglianza per σ^2.

7. **[8 pt]** Sia X una variabile aleatoria tale che $P(X \in \mathbb{N}) = 1$, dove $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$. Si dimostri che non puo' essere $P(X = n) = P(X = 1)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

8. **[4 pt]** Si enuncino due criteri per la scelta di uno stimatore di un parametro incognito.