STATISTICA Prova scritta (A) 2/2/2017

Cognome e Nome (in stampatello)

1. **[4 pt]** Si determini $\mathrm{var}(X - Y + Z)$ nelle ipotesi $\mathrm{var}(X) = \mathrm{var}(Y) = \mathrm{var}(Z) = 1$, $\mathrm{cov}(X, Y) = 1/2$, e Z indipendente da (X, Y).

2. **[8 pt]** Sia $x_1, \ldots, x_n$ un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una variabile aleatoria $N(\mu, 4)$. Si determini un intervallo di confidenza per μ, di livello $1 - \alpha = 0.95$, nelle ipotesi $n = 9$ e $\sum_{i=1}^{9} x_i = 45$.

3. **[8 pt]** Con riferimento all'esercizio 2, si supponga di non aver ancora estratto il campione. Si determini n in modo che la lunghezza dell'intervallo di confidenza (di livello 0.95) risulti minore o uguale a 1.

4. **[10 pt]** Sia $X \sim N(0, 1)$ ed $Y = X^2$. Si verifichi che $\mathrm{cov}(X, Y) = 0$ ma X ed Y non sono indipendenti.

5. **[10 pt]** Si dia la definizione di funzione di ripartizione (in generale) e di funzione di ripartizione assolutamente continua. Si faccia un esempio di funzione di ripartizione discreta. Si dia infine la definizione di valor medio (assumendo che tale valor medio esista) di una variabile aleatoria discreta.

6. **[6 pt]** Sia $f(x) = c\{\sin x + \cos x\}$ se $0 < x < \pi/2$ ed $f(x) = 0$ altrimenti. Si determini la costante c in modo che f sia una funzione di densita'.

7. **[10 pt]** Si calcoli $P(Y - 1 > 2X + 1)$ nelle ipotesi: $X \sim N(1/2, 1/4)$, $Y \sim N(2, 3)$, X indipendente Y.

8. **[4 pt]** Si enunci il teorema centrale del limite.