STATISTICA Prova scritta (A) 19/9/2016

Cognome e Nome (in stampatello)

1. **[4 pt]** Si determini $\text{var}(2X - Y)$ nelle ipotesi $\text{var}(X) = \text{var}(Y) = 1$ e $\text{cov}(X, Y) = 1/4$.

2. **[8 pt]** Sia $x_1, \ldots, x_n$ un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una variabile aleatoria di Poisson di media μ. Si determini una stima di massima versomiglianza per μ.

3. **[8 pt]** La variabile aleatoria X ha funzione di ripartizione:

$$F = 0 \text{ su } (-\infty, 0), \quad F = 1/2 \text{ su } [0, 1), \quad F = 3/4 \text{ su } [1, 2), \quad F = 1 \text{ su } [2, +\infty).$$

Si determini $P(X = x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e si calcoli $P(X = 2 \mid X \geq 1)$.

4. **[10 pt]** Sia $Z = XY$ dove X ed Y sono i.i.d. e $P(X = 1) = P(X = -1) = 1/2$. Si verifichi che X e' indipendente da Z ma la terna (X, Y, Z) non e' indipendente.

5. [**10 pt**] Si dia la definizione di funzione di ripartizione assolutamente continua. Si dia inoltre la definizione di valor medio (assumendo che tale valor medio esista) distinguendo il caso discreto da quello assolutamente continuo.

6. [**6 pt**] Si enuncino due criteri per la scelta di uno stimatore di un parametro incognito.

7. [**10 pt**] Si calcoli $P(X + 1 > 3Y)$ nell'ipotesi che la coppia (X, Y) abbia distribuzione congiunta normale con $E(X) = 2$ ed $E(Y) = 1$.

8. [**4 pt**] Si enunci la legge forte dei grandi numeri.