**STATISTICA** Prova scritta (A) 18/9/2017

Cognome e Nome (in stampatello)

1. **[6 pt]** Si determini $E(|1_A - 1_B|)$ dove $A$ e $B$ sono eventi indipendenti, $P(A) = 3/4$ e $P(B) = 1/2$. (Con $1_A$ ed $1_B$ si denotano gli indicatori di $A$ e $B$).

2. **[9 pt]** Sia $x_1, \ldots, x_n$ un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una variabile aleatoria uniforme su $[0, \theta]$, dove $\theta > 0$. (La densita' di tale variabile aleatoria e' quindi $f(x, \theta) = 1/\theta \, 1_{[0,\theta]}(x)$ dove $1_{[0,\theta]}$ e' l'indicatore di $[0, \theta]$). Si scriva la funzione di verosimiglianza e si determini una stima di massima versomiglianza per $\theta$.

3. **[10 pt]** La variabile aleatoria $X$ ha funzione di ripartizione:

$$F = 0 \text{ su } (-\infty, 0), \quad F = 1/4 \text{ su } [0, 2), \quad F = 3/4 \text{ su } [2, 3), \quad F = 1 \text{ su } [3, +\infty).$$

Si determini $P(X = x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e si calcoli $E(X)$.

4. **[5 pt]** Si calcoli $\mathrm{cov}(X, XY)$ dove $X$ ed $Y$ sono i.i.d. e $P(X = 1) = P(X = -1) = 1/2$.

5. [**8 pt**] Si dia la definizione di funzione di ripartizione assolutamente continua. Inoltre, si enuncino due criteri per la scelta di uno stimatore di un parametro incognito.

6. [**9 pt**] Siano $X$ ed $Y$ i.i.d. con $X$ Poisson di parametro $\lambda$. Tenendo presente che $X+Y$ e' Poisson di parametro $2\lambda$, si determini $P(X=3 \mid X+Y=7)$.

7. [**9 pt**] Si calcoli $P(2Y-2<3X)$ nell'ipotesi che la coppia $(X,Y)$ abbia distribuzione congiunta normale con $E(X)=2/3$ ed $E(Y)=2$.

8. [**4 pt**] Si enunci il teorema centrale del limite.