STATISTICA Prova scritta: (A) 18/7/2017	Cognome e Nome firma

1. **[6 pt]** Si determini $P(1+Y<2X+2)$ nelle ipotesi: la coppia (X,Y) ha legge normale, $E(X)=0$ ed $E(Y)=1$. In tali ipotesi, e' possibile determinare $P(1+Y<2X)$?

2. **[6 pt]** Si determini la covarianza tra X ed X^3, dove X ha distribuzione uniforme in $(-1,1)$.

3. **[10 pt]** Un'urna contiene 4 palline bianche, 3 nere e 3 rosse. Da tale urna vengono fatte 4 estrazioni senza reinbussolamento. Si determini la probabilita' di ottenere almeno una pallina di ognuno dei tre colori.

4. **[8 pt]** Sia $x_1,\dots,x_n$ un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una $N(1,\sigma^2)$ (ovvero, la media e' nota e pari ad 1). Si determini una stima di massima verosimiglianza per σ^2 nelle ipotesi: $n=10$, $\sum_{i=1}^{10} x_i = 20$, $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 50$.

5. **[10 pt]** Si dia la definizione di variabile aleatoria (v.a.) discreta. Si verifichi che il valor medio di una v.a. Poisson di parametro λ coincide con λ. Sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile e tale che $F'(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. E' possibile che tale F sia una funzione di ripartizione ?

6. **[10 pt]** Si determini $P(Y = 5X + 1)$, dove X ed Y sono v.a. indipendenti, X e' discreta ed Y ha funzione di ripartizione continua.

7. **[5 pt]** Si enuncino due criteri per la scelta di uno stimatore di un parametro incognito.

8. **[5 pt]** Sia X una v.a. tale che $P(X = 1) = p$ e $P(X = 0) = 1 - p$, dove $p \in (0, 1)$, e siano $x_1, \ldots, x_n$ osservazioni i.i.d. estratte da X. Supposto n "sufficientemente" elevato, si scriva un intervallo di confidenza approssimato per p. Su quale risultato teorico e' basata l'approssimazione ?