STATISTICA Prova scritta (A) 16/6/2017

Cognome e Nome (in stampatello)

1. **[6 pt]** Si determini $\text{var}(2X - Y + Z)$ nelle ipotesi: Y indipendente da (X, Z), $\text{var}(X) = \text{var}(Y) = \text{var}(Z) = 1$ e $\text{cov}\,(X, Z) = -1/2$.

2. **[6 pt]** Sia $X = \cos U$ ed $Y = \text{sen}\, U$, dove U e' una variabile aleatoria con distribuzione uniforme su $(0, 2\pi)$. In tal caso, $P(a < X < b) > 0$ e $P(a < Y < b) > 0$ per ogni $-1 \leq a < b \leq 1$ (lo si prenda per buono). Si verifichi che X ed Y non sono indipendenti.

3. **[10 pt]** Si fanno 3 estrazioni, senza reinbussolamento, da un'urna contenente 3 palline bianche e 4 nere. Si determini la probabilita' di ottenere pallina bianca alla terza prova.

4. **[8 pt]** Sia $x_1, \ldots, x_n$ un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una variabile aleatoria esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Si determini una stima di massima versomiglianza per λ.

5. [**8 pt**] Detta F la funzione di ripartizione della variabile aleatoria X, si scriva $P(a \leq X < b)$ in funzione di F.

6. [**8 pt**] Si dia la definizione di funzione di ripartizione assolutamente continua. Si calcoli inoltre la distribuzione di $Z = XY$, dove X ed Y sono variabili aleatorie i.i.d. e $P(X = -1) = P(X = 1) = 1/2$.

7. [**10 pt**] Si determini la distribuzione di $NX + Y$, dove X, Y, N sono variabili aleatorie indipendenti tali che $X \sim Y \sim N(0, 1)$ e $P(N = 1) = P(N = -1) = 1/2$.

8. [**4 pt**] Sia $x_1, \ldots, x_n$ un campione, composto da osservazioni i.i.d., proveniente da una distribuzione normale di varianza incognita. Si dia un intervallo di confidenza per la media, di livello $1 - \alpha = 0.95$, nelle ipotesi: $n = 10$, $\sum_{i=1}^{10} x_i = 20$, $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 121$.