

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2008-2009**

*Prova scritta del 28.09.2009*

**Compito A**

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano inoltre  $C, P, Q_1$  e  $Q_2$  i punti di coordinate rispettivamente  $(1, 2, 3), (3, 0, 4), (2, 2, 7)$  e  $(1, 1, -1)$ ; chiamiamo infine  $v$  il vettore  ${}^t(1, 1, 4)$ .

- 1) Trovare un'equazione cartesiana per la sfera  $S$ , con centro in  $C$  e passante per  $P$ , equazioni cartesiane per della retta  $r$  passante per  $Q_1$  e  $Q_2$  ed un'equazione cartesiana per il piano  $\pi_1$  passante per  $Q_1$  e  $Q_2$  la cui giacitura contiene  $v$ ;
- 2) determinare la posizione relativa di  $\pi_1$  e  $S$  e trovare equazioni cartesiane per i due piani  $\pi_2$  e  $\pi_3$  paralleli a  $\pi_1$  e tangenti a  $S$ ;
- 3) determinare i punti di tangenza  $\pi_2 \cap S$  e  $\pi_3 \cap S$ .

**Punti (3+4+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro  $t \in \mathbb{R}$ ,  $F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tale che  $F_t(1, 0, 0) = (2t^2, 0, 0)$ ,  $F_t(t, 1, 0) = (2t, t, 0)$ ,  $F_t(0, t, 1) = (0, 2t, 2)$

1. Trovare la matrice  $A_t$  associata ad  $F_t$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^3$ .
2. Dire per quali valore del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
3. Calcolare autovalori e autovettori di  $A_1$ .
4. Calcolare la segnatura di  $A_1 + A_1$ .

**Punti (4+5+3+3)**

**Esercizio 3.** Siano  $A$  e  $B$  due matrici reali quadrate e antisimmetriche di ordine 4, supponiamo che  $A$  abbia rango 4 e  $B$  rango 2:

*Vero o Falso:*

1.  $A + B$  è sempre invertibile.
2. La matrice complessa  $A + {}^tA + iB$  è sempre diagonalizzabile .
3. La matrice complessa  $C = B + iA^2$  ha sempre un autovalore non reale.

**Punti (1+2+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2008-2009**

*Prova scritta del 28.09.2009*

**Compito B**

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano inoltre  $C, P, Q_1$  e  $Q_2$  i punti di coordinate rispettivamente  $(1, 2, 3), (3, 0, 4), (2, 2, 7)$  e  $(1, 1, -1)$ ; chiamiamo infine  $v$  il vettore  ${}^t(1, 1, 4)$ .

- 1) Trovare un'equazione cartesiana per la sfera  $S$ , con centro in  $C$  e passante per  $P$ , equazioni cartesiane per della retta  $r$  passante per  $Q_1$  e  $Q_2$  ed un'equazione cartesiana per il piano  $\pi_1$  passante per  $Q_1$  e  $Q_2$  la cui giacitura contiene  $v$ ;
- 2) determinare la posizione relativa di  $\pi_1$  e  $S$  e trovare equazioni cartesiane per i due piani  $\pi_2$  e  $\pi_3$  paralleli a  $\pi_1$  e tangenti a  $S$ ;
- 3) determinare i punti di tangenza  $\pi_2 \cap S$  e  $\pi_3 \cap S$ .

**Punti (3+4+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro  $t \in \mathbb{R}$ ,  $F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tale che  $F_t(1, 0, 0) = (-2t^2, 0, 0)$ ,  $F_t(-t, 1, 0) = (2t, t, 0)$ ,  $F_t(0, t, 1) = (0, -2t, -2)$

1. Trovare la matrice  $A_t$  associata ad  $F_t$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^3$ .
2. Dire per quali valore del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
3. Calcolare autovalori e autovettori di  $A_1$ .
4. Calcolare la segnatura di  $A_1 + A_1$ .

**Punti (4+5+3+3)**

**Esercizio 3.** Siano  $A$  e  $B$  due matrici reali quadrate e antisimmetriche di ordine 4, supponiamo che  $A$  abbia rango 4 e  $B$  rango 2:

*Vero o Falso:*

1.  $A - B$  è sempre invertibile.
2. La matrice complessa  $A + {}^tA - iB$  è sempre diagonalizzabile .
3. La matrice complessa  $C = B^2 + iA$  ha sempre un autovalore non reale. ( $i^2 = -1$ ).

**Punti (1+2+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2008-2009**

*Prova scritta del 28.09.2009* Risultati

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data nascita: \_\_\_\_\_  
Anno di corso: \_\_\_\_\_ Mat. \_\_\_\_\_ Fis. \_\_\_\_\_ (croettare)  
Compito      **A**      **B**      **C**      \_\_\_\_\_ (croettare)

**ESERCIZIO 1**

- 1)
- 2)
- 3)

**ESERCIZIO 2**

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

**ESERCIZIO 3 (croettare V=vero o F= falso)**

- 1) V      F
- 2) V      F
- 3) V      F

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di voto. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il procedimento non deve essere riportato su questo modulo. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.