

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2006-2007**

*Prova scritta del 25.09.2007*

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Sia  $P$  il punto di coordinate  $(1, -1, 2)$ ,  $r_1$  la retta costituita dai punti  $(2-t, -1+2t, 1+t)$  al variare del parametro reale  $t$ ,  $\pi$  il piano di equazione  $3x + y - z = 1$  e  $S$  la sfera di equazione  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0$ .

1. Determinare il centro  $C$  e il raggio  $R$  di  $S$  e equazioni cartesiane per la retta  $r_2$  parallela ad  $r_1$  e passante per  $P$ ;
2. scrivere equazioni cartesiane per la retta  $s$  ortogonale a  $\pi$  e passante per il punto  $Q$  di coordinate  $(1, 2, 3)$ , determinare la posizione relativa di  $s$  e  $S$  e trovare gli eventuali punti di intersezione tra  $s$  e  $S$ ;
3. scrivere un'equazione per il fascio di piani ortogonali a  $r_2$  e equazioni cartesiane per la retta  $r_3$  ortogonale a  $r_2$ , parallela a  $\pi$  e passante per  $P$ .

**Punti (3+4+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro  $a \in \mathbb{R}$ ,  $F_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che

$$F_a(1, 1, 1) = (1, 1 + a, 2 - a), F_a(1, 1, 0) = (1, 1, 0), F_a(2, 1, a) = (2 + a, 1 + a^2, 2a - a^2),$$

- a) Trovare la matrice  $A_a$  associata ad  $F_a$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^4$ .
- b) Dire per quali valore del parametro reale  $a$ ,  $A_a$  è diagonalizzabile sui reali.
- c) Calcolare autovalori e autovettori di  $A_1$ .
- d) Calcolare al variare di  $a$  la segnatura di  $tA_a \cdot A_a + I$  ( $I$  matrice identica).

**Punti (4+5+3+3)**

**Esercizio 3.** Siano  $A$  e  $B$  matrici reale di ordine 4, con  $A$  simmetrica definita positiva e  $B$  antisimmetrica non nulla.

*Vero o Falso:*

1. La traccia di  $A - B$  è positiva;
2.  $BA - B$  è non è mai invertibile;
3.  $BA - A$  è sempre invertibile.

**Punti (1+2+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006**

*Prova scritta del 27.09.2006* Risultati

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data nascita: \_\_\_\_\_  
Anno di corso: \_\_\_\_\_ Mat. \_\_\_\_\_ Fis. \_\_\_\_\_ (crocettare)  
Programma (per studenti di matematica anni precedenti) **Nuovo** **Precedente**

**ESERCIZIO 1**

- 1)
- 2)
- 3)

**ESERCIZIO 2**

- a)
- b)
- c)
- d)

**ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)**

- 1) V      F
- 2) V      F
- 3) V      F

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di voto. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il procedimento non deve essere riportato su questo modulo. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.

$$\begin{pmatrix} 1 + a & -a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 2 - a \end{pmatrix}$$